1.6. MOVIMIENTO CIRCULAR

1.6.1. Si un móvil animado de movimiento circular uniforme describe un arco de 60^0 siendo el radio de 2 m, habrá recorrido una longitud de:

a) $\frac{2\pi}{3}m$ b) $\frac{3\pi}{2}m$ c) 12 m

d) $\frac{12}{\pi}m$ c) 60·2 m

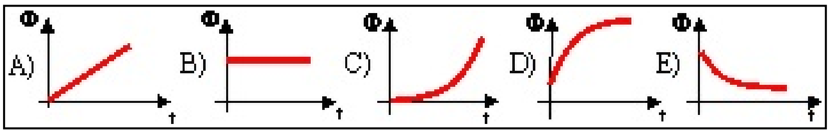
SOL:

Teniendo en cuenta que arco=ángulo·radio cuando el ángulo se expresa en radianes, sesenta grados en radianes son:

$$\frac{180°}{\pi\ rad} = \frac{60°}{x} \qquad x = \frac{\pi}{3} rad$$

$arco = ángulo.\ radio = \left(\frac{\pi}{3}\right).2m$ que corresponde a la opción a.

1.6.2. Señala entre las siguientes gráficas, aquella que representa correctamente el ángulo descrito frente al tiempo para un móvil dotado de movimiento circular uniforme:



a) A b) B c) C

d) D e) E

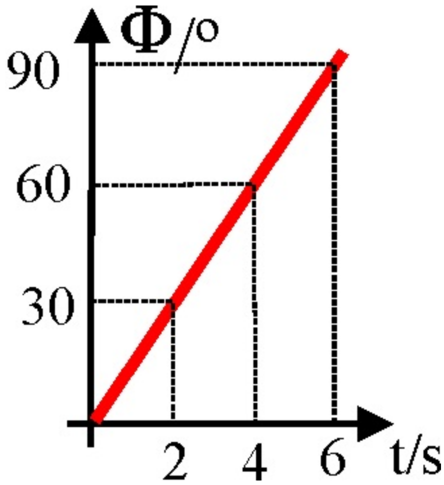
SOL:

Un movimiento circular uniforme se caracteriza porque la velocidad angular es constante.

$$\omega = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t};\ \Delta\Phi = \omega\Delta t \qquad \text{siendo } \Delta t = t - t_0\ ; \Delta\Phi = \Phi - \Phi_0$$

como $t_0 = 0$ y $\Phi_0 = 0$, queda $\Phi = \omega\, t$

La última relación nos dice que al representar Φ frente a t obtendremos una línea recta que pasa por el origen de coordenadas. La opción correcta es a.



1.6.3. La gráfica adjunta nos permite deducir que:

a) EL MÓVIL TIENE UNA VELOCIDAD ANGULAR CONSTANTE DE 90/6 rad/s
b) DE LA GRÁFICA NO SE PUEDE DEDUCIR NADA SOBRE LAS CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO DEL MÓVIL
c) EL MÓVIL TIENE UNA ACELERACIÓN DE 90/6 m/s^2
d) EL MÓVIL TIENE UN MOVIMIENTO UNIFORME-MENTE ACELERADO
e) EL MÓVIL TIENE UNA VELOCIDAD ANGULAR CONSTANTE DE (π/12)rad/s

SOL:

Al observar la gráfica podemos deducir:

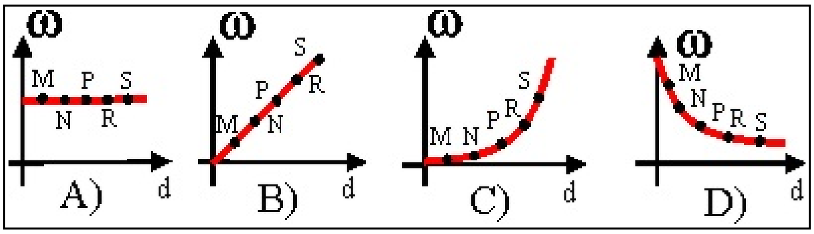
1) La relación entre Φ (ángulo) y t (tiempo) es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas, por consiguiente la relación entre ambas magnitudes es una ecuación de primer grado.

2) Se trata de un movimiento circular y uniforme cuya velocidad es:

$$\omega = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{90° - 0°}{6 - 0\ s} = \frac{90°}{6s}\ ;\ \text{como } 90° = \left(\pi/2\right) rad\ ;\ \omega = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{90°}{6s} = \frac{\pi\ rad}{12\ s}$$

las opciones a, b, c y d son falsas quedando como solución de la prueba la e.

1.6.4. Un disco gira con velocidad uniforme alrededor de un eje perpendicular y que pasa por el centro. El radio del disco es 10 cm. Los puntos M, N, P, R y S están situados en el mismo radio y distan del eje 2, 4, 6, 8 y 10 cm respectivamente. La representación de la velocidad angular frente a la distancia d, es:



a) A b) B

c) C d) D

SOL:

Si un disco gira alrededor de un eje perpendicular al mismo y que pasa por su centro con velocidad constante todos los puntos del disco tienen la misma velocidad angular, en cambio la velocidad lineal de cada punto depende de su distancia al eje de giro; puesto que ω es constante para todos los puntos del disco, la opción correcta es la a.

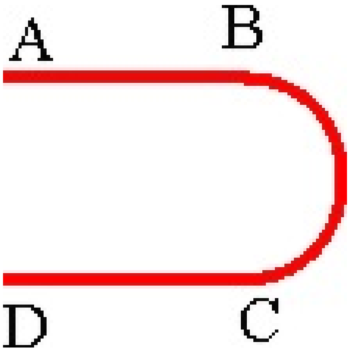
1.6.5. Considera que tu tocadiscos está girando a 33 r.p.m., ¿cuál sería su velocidad en el SI?

a) 345,4 rad/m b) 3,45 rad/s

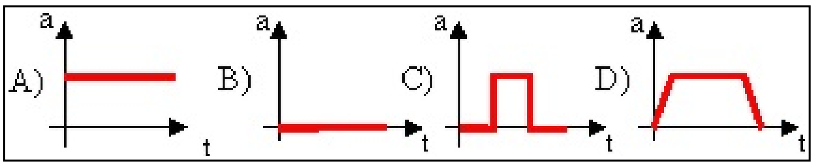
c) 1,7 rev/s d) 102 rev/m

SOL:

Una revolución completa son 2π radianes, 1 rev/s equivale a 2π rad/s. Una r.p.m. equivale a 1/60 r.p.s. Como 1 r.p.m.= 2π rad / 60 s = π rad / 30. Si el tocadiscos gira a 33 r.p.m. su velocidad en radianes/segundo es: 33 r.p.m.· π/30 (rad/s)/r.p.m= 3,45 rad/s. La opción correcta es la b.



1.6.6. Si un cuerpo recorre con **v** constante, la trayectoria ABCD, el diagrama que mejor representa la variación de su aceleración con el tiempo, será de todos los dados, el:

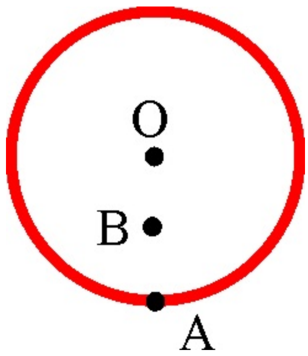


a) A b) B c) C

d) D e) NINGUNO

SOL:

En los tramos AB y CD, al ser la trayectoria rectilínea y **v** constante, **a**=0, mientras que en el BC, al describir una semicircunferencia, **a**=$\mathbf{a}_n$, por lo que la opción correcta será la c



1.6.7. Si un disco gira con velocidad angular constante, la relación entre el módulo de la aceleración centrípeta en A y B, valdrá:

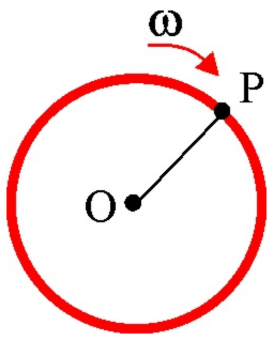
a) 1 b) 1/2 c) 2

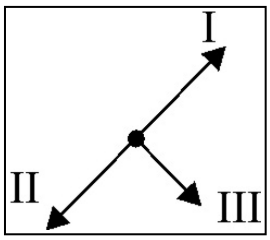
d) 4 e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Dado que $\mathbf{a_n}=\omega^2R$, aplicándolo a ambas posiciones, y teniendo en cuenta que $R_A=OA=2OB=2R_B$. En A, $\mathbf{a_n}=\omega^2.2OB$. En B, $\mathbf{a_n}=\omega^2OB$.

Su relación será 2, verificando la solución c.





1.6.8. Una partícula que se encuentra en el punto P, de un disco que gira con velocidad angular constante, está representada en su movimiento por 3 magnitudes vectoriales: vector de posición, velocidad y aceleración, que se corresponderán con los dados en el dibujo, por este orden:

a) I,II,III b) III,II,I c) I,III,II

d) II,III,I e) III,I,II f) II,I,III

SOL:

En P, **v** será tangente a la trayectoria y con el sentido del giro, correspondiendo a III, mientras que el vector de posición al ir desde el centro a P, será I.

La aceleración al ser centrípeta estará representada por II. Por lo tanto la respuesta será la c.

1.6.9. Un ventilador gira con movimiento uniforme a 900r.p.m.. Se corta la corriente, y para después de dar 75 vueltas. Dirás entonces que el intervalo de tiempo entre que se interrumpió la corriente y se paró el ventilador fue de:

a) 1 SEGUNDO b) 100 SEGUNDOS

c) 0.1 SEGUNDOS d) 10 SEGUNDOS

e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Resolviendo en el S.I. y aplicando las fórmulas del M.C.U.A, $0=\omega_0-\alpha t$

$$0=900.\left(\frac{2\pi\ rad}{60\ s}\right)-\alpha t \quad (I) \qquad \text{y} \qquad 75.2\pi=900.\left(\frac{2\pi\ rad}{60\ s}\right)t-\frac{\alpha t^2}{2} \quad (II).$$

Despejando α en (I), y llevándola a (II), nos da t=10s, que corrobora la solución d.

1.6.10. Una centrifugadora que da 20 vueltas/segundo, tiene que pararse, y para ello le comunicamos una aceleración angular de 4 rad/s^2. El tiempo que tardará en hacerlo y el número de vueltas que dará antes de pararse, serán respectivamente:

a) 10π SEGUNDOS Y 100π VUELTAS

b) 5π SEGUNDOS Y 50π VUELTAS

c) 10 SEGUNDOS Y 100π VUELTAS

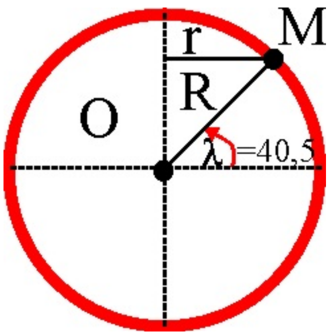
d) 10π SEGUNDOS Y 100π VUELTAS

e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Operando como en el 1.6.9. y considerando la aceleración negativa, tenemos que: $0=20.2\pi-4t$; $t=10\pi$ s. y

$\Phi=20.2\pi t-4t^2/2=40\pi .10\pi-2.100\pi^2=200\pi^2 rad=200\pi^2/2\pi$ vueltas $=100\pi$ vueltas. Comprobando la propuesta c.



1.6.11. Si el radio ecuatorial de la Tierra es de 6.378km y Madrid, se encuentra a 40,5° de latitud, la velocidad tangencial debido al giro de la Tierra sobre si misma, con que un alumno, "se mueve" sentado en su mesa de estudio en Madrid, es en km/h de casi:

a) 1270 b) 127 c) 12,7
d) 1,27 e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

SOL:

En el esquema de la figura, suponiendo vertical el eje de giro de la Tierra, el radio de giro de la posición de Madrid será R $\cos 40{,}5°$ =6.378km. cos 40,5° = 4.850 km.

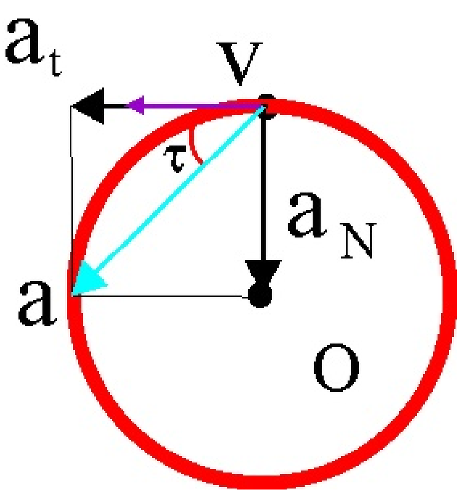
Como v= velocidad angular. radio de giro (I) y la Tierra da una vuelta sobre sí misma al día, su ω en rad/s= 2π/86400s, valores que sustituidos en (I), dan v=4.850.2π/86400 km/s= 9700π.3600/86400 km/h=1269,7 km/h , que corrobora la propuesta a.

1.6.12. Si un ciclista se mueve por la pista de un velódromo de radio 50m con una aceleración tangencial constante, de 1 m/s^2, el tiempo que tardará desde que comienza a moverse hasta que su aceleración normal sea la mitad de la tangencial será de:

a) 2s b) 3,5s c) 5s
d) 4,2s e)10s

SOL:

Como $|\vec{a}_N| = \frac{|\vec{v}|^2}{R}$ (I) y $|\vec{a}_t| = \frac{d}{dt}(|\vec{v}|) = 1$, $|\vec{v}| = t$ considerando que si t=0, $|\vec{v}| = 0$ Sustituyendo en (I), $|\vec{a}_N| = \frac{t^2}{R}$ (II) . Como $|\vec{a}_t| = 1 = 2|\vec{a}_N|$, reemplazando en (II), $t = \sqrt{0{,}5.\,50} = 5s$. La propuesta correcta será la c.



1.6.13. Una rueda a los dos segundos de comenzar su movimiento, tiene una aceleración total que forma un ángulo de 45° con su velocidad tangencial , se deduce que la aceleración angular vale:

a) 1 rad/s^2 b) 0,5 rad/s^2
c) 0,25 rad/s^2 d) 2 rad/s^2
e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

SOL:

La $\mathbf{a}_t$, tiene el mismo sentido que **v**, y la $\tan\tau = \frac{|\vec{a}_N|}{|\vec{a}_t|}$ (I) siendo τ el ángulo que forma **v** con **a**, como se observa en el dibujo.

Por lo tanto en las condiciones del problema, $\tan 45° = \tan\tau = \frac{|\vec{a}_N|}{|\vec{a}_t|} = 1$

Aplicando las fórmulas: $|\vec{a}_N| = \frac{|\vec{v}|^2}{R}$ (I) y $|\vec{a}_t| = \frac{d}{dt}(|\vec{v}|)$, $1 = \frac{|\vec{v}|^2}{R|\vec{a}_t|}$ (II)

Como para t=2s, $|\vec{v}| = 2|\vec{a}_t|$ (condiciones iniciales t=0, **v**=0), sustituyendo en (II):

$1 = \frac{4|\vec{a}_t|^2}{R|\vec{a}_t|} = \frac{4|\vec{a}_t|}{R}$ Como $|\vec{a}_t| = \alpha\, R$; $\alpha = \frac{1}{4} = 0{,}25 rad\ s^{-2}$ que comprueba la propuesta c.

1.6.14.* En una pista experimental circular de 1m de radio de un laboratorio, una esfera se desplaza sin rozamiento de forma que el camino recorrido sigue la ley $s=3t^3$, en estas circunstancias podrás decir que:

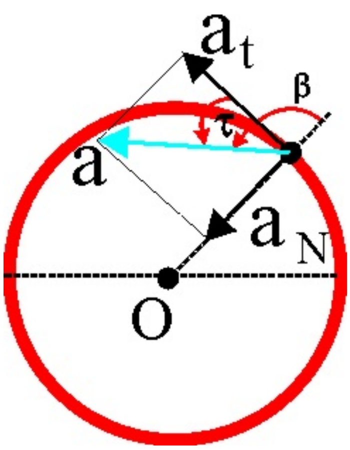
a) LA ESFERA SE MUEVE CON UN MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO
b) LA ACELERACIÓN NORMAL SIEMPRE SERÁ CONSTANTE
c) CUANDO LA VELOCIDAD TANGENCIAL ES DE 9 m/s, LA ACELERACIÓN TANGENCIAL VALE 18 m/s^2
d) CUANDO LA VELOCIDAD TANGENCIAL ES DE 3 m/s, LA ACELERACIÓN NORMAL ES DE 81 m/s^2
e) EL VECTOR DE POSICIÓN TIENE UN MÓDULO CONSTANTE

SOL:
Dado que $s=3t^3$, el movimiento será circular variado, y considerando velocidad escalar $|\vec{v}|$ $=ds/dt=9t^2$ (I).

Al depender v del tiempo, la a_n será variable.

Si $v=9$ m/s$=9t^2$, t=1s ,como $|\vec{a}_t| = \frac{d}{dt}(|\vec{v}|)$ =18t=18 m/s^2.

Si $|\vec{v}|$=3 m/s, a_n=9 m/s^2, ya que R=1m, que coincidirá con el módulo del vector de posición, al tratarse de un movimiento circular.
Por todo ello serán correctas sólo las propuestas c y e.



1.6.15. Las ruedas de un camión de 40 cm de radio giran de forma que un chicle pegado a la llanta tiene una velocidad lineal que sigue la ley $v=3t+t^2$ cm/s. Con este dato podrás deducir que el ángulo que forma el vector de posición del chicle respecto al eje de la rueda, y su vector aceleración en el instante t=1s es:

a) SIEMPRE 0° Y ES INDEPENDIENTE DEL TIEMPO
b) SIEMPRE 180° EN CUALQUIER INSTANTE
c) 105° d) 85° e) 95°

SOL:
Operando como en la cuestión 1.6.14, y aplicando la ecuación 1.6.14 (I) y fijándose en el esquema dado:

$\tan\tau = \frac{|\vec{v}|^2}{R|\vec{a}_t|}$. Para t=1s, y como $|\vec{a}_t| = \frac{d}{dt}(|\vec{v}|)$=3+2t=5 cms^{-2}.

Por lo tanto tan τ =16/40.5 ; τ = 4,57°

El ángulo pedido, β =180-(90- τ)= 94,57° , aproximadamente la solución e, lo que invalida las demás.

1.6.16. Si un punto material se mueve con unas ecuaciones paramétricas x=2·sent, y=2·cost, dirás que la ecuación de la hodógrafa será:

a) UNA RECTA DE PENDIENTE 45°
b) UNA RECTA QUE PASA POR EL PUNTO (2,2)
c) UNA CIRCUNFERENCIA DE RADIO 2
d) UNA CIRCUNFERENCIA DE RADIO 4

SOL:
Derivando cada componente, para determinar las de la velocidad, v_x=2cost(I) y v_y=-2sent (II). Elevando al cuadrado (I) y (II) , sumando y sacando factor común,
$v_x^2+v_y^2=4\ (sen^2t+cos^2t)=4$. Por lo tanto la ecuación de las velocidades, es del tipo $x^2+y^2=r^2$,o sea una circunferencia de radio 2, que corresponde a la propuesta c.

1.6.17. Si un punto material se mueve con un vector de posición **r**=3·cost**i**+4·sent**j**, dirás que la ecuación de la hodógrafa será:

a) UNA CIRCUNFERENCIA DE RADIO 5
b) UNA CIRCUNFERENCIA DE RADIO 25
c) UNA ELIPSE DE SEMIEJES 3 Y 4
d) UNA ELIPSE DE SEMIEJES 9 Y 16
e) UNA PARÁBOLA

SOL:
Operando como en el 1.6.16, x=3cost ,v_x=-3sent(I) ; y=4sent, v_y=4cost(II). Elevando al cuadrado (I) y (II):
$v_x^2=9sen^2t= 9(1-cos^2t)$ (III) , $4v_y^2=16cos^2t$ (IV).
Despejando cos^2t en (IV), y llevando este valor a (III), $v_x^2=9(1-v_y^2/16)$, o sea $(v_x^2/9)+(v_y^2/16)=1$, que corresponde a un tipo curva $(x^2/a^2)+(y^2/b^2)=1$, que es una elipse.
Por lo tanto la ecuación de las velocidades corresponde a una elipse de semiejes 3 y 4, que confirma la propuesta c, eliminando las demás.

1.6.18. Dado el vector de posición de un punto material, **r**=4·cosΩ t**i**+ 4·senΩ t**j** + 4**k**, su aceleración, si la tiene, formará con él un ángulo de:

a) 0° b) 90° c) 180° d) 45° e) NADA DE LO DICHO

SOL:
Se realiza a través del concepto de producto escalar de 2 vectores: $\vec{v}\ .\vec{v}_2=|\vec{v}_1||\vec{v}_2|\cos\tau$

Como se conoce $\vec{r}$, y $\vec{a}=\dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$, se calcula. Así

$\vec{a}=-4\Omega^2\cos\Omega t\,\vec{i}-4\Omega^2 sen\Omega t\,\vec{j}$ y calculando el ángulo que forman **r** y **a** a través de su producto escalar
De esa forma :

$$\vec{a}=-4\Omega^2\cos\Omega t\,\vec{i}-4\Omega^2 sen\Omega t\,\vec{j}\ ;\ |\vec{a}|=\Omega^2\sqrt{4^2\left(\cos^2\Omega t+sen^2\Omega t\right)}=4\Omega^2$$

$$\vec{r}=4\cos\Omega t\,\vec{i}+4\Omega sen\Omega t\,\vec{j}+4\overleftarrow{k}\ ;\ |\vec{r}|=\sqrt{4^2\left(\cos^2\Omega t+sen^2\Omega t\right)}=4$$

$$\cos\tau=\frac{-16\Omega^2\cos^2\Omega t-16\Omega^2 sen^2\Omega t}{16\Omega^2}=-1\ ;\ \ \tau=180°$$

que corresponde a la propuesta c.

1.6.19.* Si un punto se mueve de forma que las ecuaciones paramétricas son: x=a·senbt, y=a·cosbt, z=ct, dirás de él que:

a) DESCRIBE UN MOVIMIENTO HELICOIDAL
b) EL MÓDULO DE SU VELOCIDAD DEPENDE DEL TIEMPO
c) SU ACELERACIÓN TANGENCIAL ES 0
d) SU VECTOR ACELERACIÓN VALE ab^2

SOL:

La trayectoria del punto en el plano XY sería una circunferencia de radio a, según se puede comprobar, sumando los cuadrados de cada componente [$x^2=a^2sen^2bt$ y, $y^2=a^2cos^2bt$; $x^2+y^2= a^2$], pero al mismo tiempo, el centro de curvatura se mueve según la recta z=ct, esto compone una trayectoria helicoidal, como si se tratara de describir un muelle.

Derivando, x' o v_x= abcosbt , y' o v_y=_absenbt, z' o v_z= c, y .

$|\vec{v}| = \sqrt{\left[(ab)^2\left(sen^2 bt + \cos^2 bt\right) + c^2\right]} = \sqrt{\left[(ab)^2 + c^2\right]}$ (I), con las unidades en el sistema a que se refiera x,y,z, independiente del tiempo, lo que elimina la propuesta b, y confirma la c.

Al derivar las componentes de la velocidad, nos dará $\vec{a} = -ab^2 senbt\,\vec{i} - ab^2 \cos bt\,\vec{j}$ cuyo módulo será: $|\vec{a}| = \sqrt{\left(ab^2\right)^2\left(sen^2 bt + \cos^2 bt\right)} = ab^2$, en las unidades correspondientes.

por lo tanto la aceleración, siendo un vector no puede valer ab^2, sino su módulo, lo que invalida la propuesta d.

1.6.20.* Si el vector de posición de un punto que describe un movimiento helicoidal es **r**=2·cos4t**i**+2·sen4t**j**+2t**k**, en el SI, podrás asegurar que:

a) SU VELOCIDAD NO DEPENDE DEL TIEMPO
b) SU ACELERACIÓN TANGENCIAL ES IGUAL A LA NORMAL
c) EL MÓDULO DE LA ACELERACIÓN ES CONSTANTE
d) SU RADIO DE CURVATURA VALE APROXIMADAMENTE 2 METROS

SOL:

Esta cuestión es una aplicación numérica de la 1.6.19, siendo a=2 ,b=4,c=2, cambiando las referencias XY. De esa forma, operando como en el test anterior:

$|\vec{v}| = \sqrt{[64+4]} = 2\sqrt{17}$ m/s, constante.

Como $|\vec{a}_t| = \frac{d}{dt}([\vec{v}] = 0)$ por lo cual la única aceleración existente será la normal, que es perpendicular a la trayectoria.

Como $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$, Derivando obtenemos, $\vec{a} = -32\cos 4t\,\vec{i} - 32 sen4t\,\vec{j}$ ms^{-2},

y $|\vec{a}|^2 = [\vec{a}_N]^2 + |\vec{a}_t|^2$ con lo que $|\vec{a}| = [\vec{a}_N] = \frac{|\vec{v}|^2}{R} = 32\,ms^{-2}$

Sustituyendo,y despejando, R=68/32=2,12 m.

Por todo ello se confirman las propuestas a,c y d .

1.6.21.* Si un móvil recorre una circunferencia de 20m de radio, a partir del punto P(20,0),de forma que el camino recorrido a través de ella sigue una ley s=20 cos π t , podrás decir de él que a los 3 segundos de iniciado el movimiento:

a) SU ACELERACIÓN NORMAL ES NULA
b) EL MÓDULO DE SU ACELERACIÓN TANGENCIAL ES $20\pi^2$ m/s^2
c) EL ÁNGULO QUE FORMAN SU VELOCIDAD Y EL RADIO DE CURVATURA ES DE $0°$
d) EL ÁNGULO QUE FORMAN SU ACELERACIÓN Y EL RADIO DE CURVATURA ES DE $90°$.

SOL:

Operando, $|\vec{v}|$=ds/dt= -20 π sen π t, y $|\vec{a}_N| = \frac{|\vec{v}|^2}{R}$ = 400 π^2sen^2 π t/20= 20 π^2sen^2 π t, que para t=3s,es 0, confirmando la propuesta a.

Como $|\vec{a}_t| = \frac{d}{dt}(|\vec{v}|)$ = -20 π^2cos π t.

Si t=3s, cos3 π =-1, y $|\vec{a}_t|$=20 π^2 m/s², o sea la propuesta b.

La propuesta c es incorrecta como se ha visto en condiciones semejantes, ya que la velocidad al ser tangencial a la circunferencia, será perpendicular a R. Por otra parte, la única aceleración existente a los 3s, es la tangencial, y su módulo formará con R un ángulo de $90°$, confirmando la propuesta d.