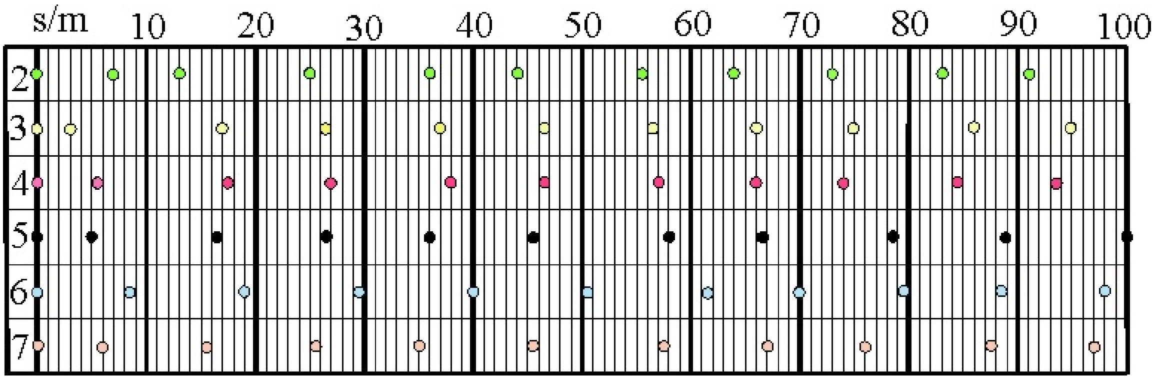
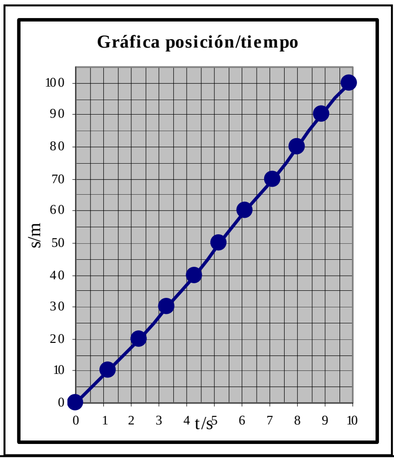
1.5. CINEMÁTICA DEPORTIVA

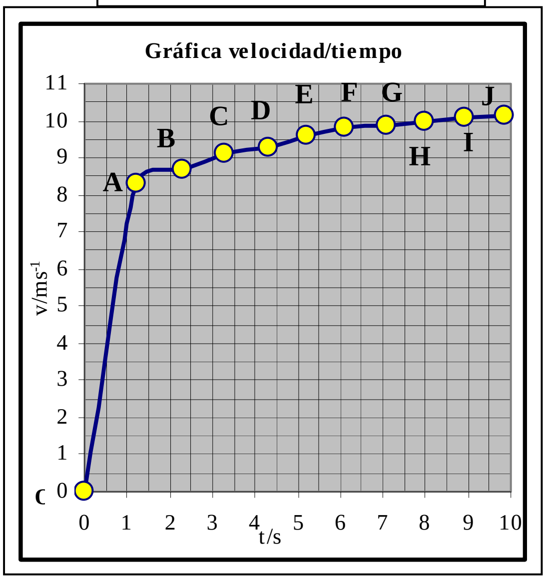
1.5.1.* El 14 de agosto de 1991, se produjo, en Tokio, un hecho deportivo realmente curioso, ya que aparte de batirse un record del mundo de velocidad en carrera, 6 atletas corrieron los 100 metros lisos en menos de 10 segundos. Dadas las posiciones instantáneas de los corredores, desde la calle 2 a la 7, podrás asegurar que:



a) EL ATLETA QUE TARDÓ MAS TIEMPO EN REACCIONAR DESPUÉS DEL PISTOLETAZO DE SALIDA ES EL DE LA CALLE 3
b) EL QUE LLEVA UN MOVIMIENTO MAS REGULAR ES EL DE LA CALLE 6
c) LA ACELERACIÓN MAYOR EN UN DETERMINADO INTERVALO LA TIENE EL DEPORTISTA DE LA CALLE 4
d) APROXIMADAMENTE EL DE MAYOR VELOCIDAD INSTANTÁNEA SERÁ EL DE LA CALLE 3

SOL:
Si se observa con detalle la posición instantánea de los corredores en sus respectivas pistas, y se valora el tiempo de reacción máximo con la posición más cercana a la línea de partida, en comparación con la de los demás, es evidente que correspondería al de la calle 3, del mismo modo que sería el corredor de la calle 6, cuya separación entre las posiciones instantáneas se mantiene casi constante, el que mantendrá la misma velocidad. Por eso son válidas las soluciones a y b.
La mayor variación de la velocidad corresponde al arranque en la salida, y se puede suponer que aquel atleta que avanzó más en el primer intervalo de tiempo, será el que tuvo mayor aceleración, lo que correspondería al de la calle 6, siendo falsa la c.
El deportista de la calle 3, avanzó comparativamente más en el segundo intervalo de tiempo mas que los demás, puesto que recorrió 14 m, considerando los intervalos de tiempo iguales, es el mayor recorrido en un intervalo, por lo que debe llevar mayor velocidad, siendo correcta la solución d.





1.5.2.* Carl Lewis, batió el record del mundo de los 100 metros lisos en los campeonatos del mundo celebrados el verano de 1991, en Tokio. En la tabla dada, se relacionan las posiciones, tiempos y velocidades en el SI, de dicho atleta en la carrera:

	O	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
s /m	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
t/s	0	1,2	2,3	3,3	4,3	5,2	6,1	7,1	8,0	8,9	9,86
v/ms-1	0	8,33	8,69	9,09	9,30	9,61	9,84	9,86	10,00	10,10	10,14

Si realizas una gráfica s/t y v/t , podrás asegurar que:

a) LA MÁXIMA ACELERACIÓN LA TUVO AL LLEGAR A LA META

b) EN EL TRAMO AC LLEVÓ UN MOVIMIENTO UNIFORME

c) LA ACELERACIÓN MAYOR ES DE 6,94 m/s^2

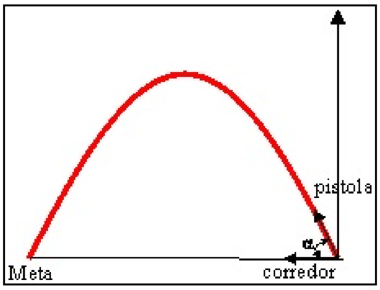
d) EN EL ÚLTIMO TRAMO DE LA CARRERA DISMINUYÓ SU ACELERACIÓN

SOL:

Las gráficas s/t y v/t, aplicadas a los datos tabulados, permiten concluir que :

La mayor aceleración (máxima pendiente en la gráfica v/t), se observa en el tramo OA,por lo que la propuesta a, es errónea, al igual que la b, ya que como se puede apreciar en la gráfica v/t,en ningún tramo la velocidad es constante,aunque aparentemente la variación de las posiciones/tiempo (gráfica s/t),parezca lineal.

La aceleración mayor corresponde a la variación de la velocidad en el tramo OA/tiempo transcurido= 8,33m/s /1,20s=6,94m/s^2, que confirma la propuesta c, al igual que la d, ya que según se aprecia gráficamente (v/t),en el tramo FJ, la pendiente disminuye.



1.5.3. En una carrera de 100 m lisos, un bromista mal intencionado carga la pistola del juez de salida, con un cartucho de poco peso. El juez se sitúa inmediatamente detrás de la calle 1 y dispara, casi verticalmente para indicar la salida a los atletas, con tan mala suerte que al vencedor, corriendo en la calle 1 y que tarda 10s en alcanzar la meta, le cae en ese instante y en la cabeza el chasis del cartucho dejándolo sin sentido. Con estos datos podrás decir que el ángulo con que disparó la pistola es de:

a) 90° b) $85{,}3^\circ$ c) $78{,}8^\circ$

d) $60{,}2^\circ$ e) NADA DE LO DICHO

SOL:

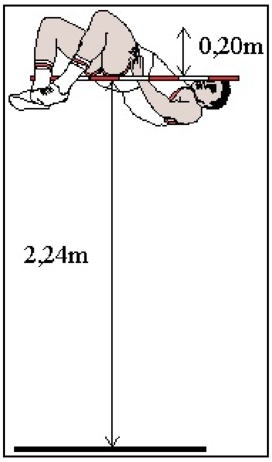
Como se puede apreciar en la gráfica, mientras el corredor llega a la meta, el chasis del cartucho para impactar con aquél, debe realizar su alcance máximo, subiendo y bajando.

Puesto que se trata de una parábola, tardará 5s en cada recorrido,y su punto más alto, $0 = V_0 sen\alpha - gt \quad (I)$ o sea $V_0 = \dfrac{5g}{sen\alpha}$.

A su vez, el alcance máximo será:

$100 = \dfrac{2V_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{g} (II)$, y al sustituir (I) y simplificar,

$100 = \dfrac{50g \cos\alpha}{sen\beta}$ (g=10m/s^2), $\tan\alpha = 5; \quad \alpha = 78{,}8^\circ$, que comprueba la c.



1.5.4. En la olimpiada de México, en 1968, un atleta americano, Fosbury creó una nueva técnica de salto de altura que le permitió ganar con aparente poco esfuerzo la medalla de oro, debido a que su centro de gravedad pasaba muy cerca del listón, y por lo tanto, al ser menor la altura necesaria para sobrepasarlo, el impulso sería también menor. Si su centro de gravedad estaba a 1,2 m y debería pasar 20 cm por encima del listón puesto a 2,24 m, la componente vertical de su velocidad de impulso debería ser de:

a) 5,21 m/s b) 4,93 m/s c) 4,81 m/s
d) 5,0 m/s e) NINGUNO DE LOS VALORES DATOS

Tómese $g=9,8\ m/s^2$

SOL:

La altura máxima que deberá sobrepasar su centro de gravedad será de 2,24+0,20-1,20=1,24m. Suponiendo un impulso vertical ascendente, en el punto más alto:

$0=v-gt$ (I), o sea $t=v/g$, que llevado a la ecuación horaria del espacio:

$1,24=vt-gt^2/2=v^2/2g$.

De lo que, $v=\sqrt{1,24.2.9,8}=4,93 m/s$, que confirma la propuesta b.

1.5.5. Muchas veces cuando juegas a la pelota en la playa, si es suficientemente ligera, te la lleva el viento. Por eso al lanzarla verticalmente si luego pretendes darle de cabeza, tienes que desplazarte bastante. En todo caso, la trayectoria que seguiría si la velocidad del viento lateral es uniforme y su módulo es la mitad del que tiene tu velocidad de lanzamiento **v**, sería:

a) UNA RECTA CUYA PENDIENTE SERÍA 1/2
b) UNA PARÁBOLA CUYO VÉRTICE SERÍA EL PUNTO ($v^2/2g$; $v^2/2g$)
c) UNA PARÁBOLA CUYO VÉRTICE SERÍA EL PUNTO ($v^2/2g$; v^2/g)
d) UNA RECTA QUE FORMA UN ÁNGULO DE 45° CON LA HORIZONTAL

SOL:

La ecuación de la trayectoria se obtendría a partir de las ecuaciones paramétricas respectivas. Suponiendo un sistema de coordenadas rectangulares x/y con origen en el punto de lanzamiento y si el viento la desplaza horizontalmente $x=(v/2)t$(I), y el vertical es $y=vt-gt^2/2$(II).

Despejando t en (I) , llevándolo a (II) y simplificando:

$y=2x-2gx^2/v^2$, ecuación de una parábola, del tipo $y=bx+ax^2$, siendo:

$b=2$, y $a=-2g/v^2$, cuyo vértice $[-b/2a,(-b^2+4ac)/4a]$,

sustituyendo los valores dados (c=0),será ($v^2/2g$; $v^2/2g$), que corresponde a la solución b.

1.5.6*. La proeza deportiva más grande que se consiguió en 1991, fue superar la mejor marca mundial de salto de longitud, realizada por Beamon en la olimpiada de México. El atleta americano Powell fue el encargado del hecho, saltando 8,95 m, con un viento a favor de 0,3 m/s (el factor corrector de la velocidad del viento sobre la del atleta es aproximadamente de 0,1), y sobrepasando la marca olímpica en 5 cm. Si su centro de gravedad se encuentra en el momento de saltar a 1,30m y que al caer queda a 10 cm del suelo despegando inicialmente de éste con un ángulo de 25 grados, podrás decir que:

a) SI NO TUVIERA EL VIENTO A FAVOR NO HUBIERA SUPERADO EL RECORD DE BEAMON
b) EL MÓDULO DE LA VELOCIDAD CON QUE SE IMPULSÓ ERA APROXIMADAMENTE DE 9,3 m/s
c) HABRÍA PODIDO BATIR EL RECORD DE LOS 100m LISOS SI HUBIERA MANTENIDO LA VELOCIDAD DE IMPULSIÓN, EN ESA DISTANCIA
d) SIN VIENTO TAMBIÉN HUBIERA SUPERADO LA MARCA DE LEWIS REALIZADA MOMENTOS ANTES DE 8,91 m

SOL:

Suponemos que a la componente horizontal de la velocidad del atleta v_x, se le sumará la del viento por el factor corrector (viento a favor).

Así v_x = ($v\cos 25^\circ$ +0,3k). Siendo v el módulo de la velocidad de impulso.Tomando como el sistema de referencia centrado en el suelo, y en la posición de impulso y las coordenadas de la posición al final del salto serán:

Sobre el eje Y: $0{,}1=1{,}3+v\,\text{sen}\,25^\circ\, t-9{,}8t^2/2$ (I).

Sobre el eje X: $8{,}95=(v\cos 25^\circ +0{,}3.0{,}1)t$ (II).

Despejando t, en (II), sustituyendo en (I), se obtendría la ecuación de la trayectoria.

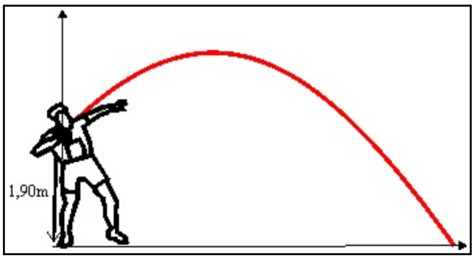
Reemplazando los valores y resolviendo la ecuación de segundo grado: $4{,}41v^2+0{,}18v-392{,}5=0$,

nos da un valor real de 9,3 m/s para v, que comprueba la solución <u>b</u>.

Si mantuviera esta velocidad, hubiera tardado 100/9,3=10,75 s, en recorrer 100m con lo cual no hubiera batido el record del mundo. La propuesta c es errónea.

Si con esa velocidad de impulso, y sin viento a favor resolvemos las ecuaciones (I) y (II), se nos convierten en: $4{,}9t^2-3{,}9t-1{,}2=0$ (III) y $x=8{,}42t$(IV).

Determinando t en (III), y sustituyéndolo en (IV), x=8,42.1,03=8,69m, con lo que no batiría el record de Beamon, ni la marca anterior de Lewis, confirmando la solución <u>a</u>, e invalidando la d.



1.5.7. Un fornido atleta, en Barcelona 92, pretende batir el record del mundo de lanzamiento de peso. Sabe que el alcance máximo se consigue con un ángulo de 45°, e impulsa el peso desde 1,90 m. En estas condiciones, y queriendo sobrepasar los 23 m, deberá impulsarlo con una velocidad mínima cuyo módulo será, en m/s:

a) 14,6 b) 13,6 c) 15,6

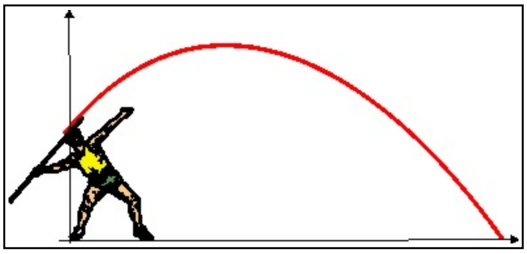
d) 16,6 e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

SOL:

Resolviendo el sistema de ecuaciones, para determinar la ecuación de la trayectoria, tal como en cuestiones anteriores:

$$y = y_0 + x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 \alpha} \quad (I)$$

y sustituyendo los valores para la posición final del peso (23; 0), y tomando $g=10m/s^2$, $-1,9=23-10.23^2/v^2$, v=14,58 m/s, que corresponde a la respuesta a.



1.5.8. En unas olimpiadas un atleta lanza la jabalina con un ángulo de 45°, desde una altura sobre el suelo de 2 m. Sabiendo que quiere batir el record del mundo, haciendo 97 m, en ausencia de viento, y sin contar con el rozamiento del aire, la velocidad de lanzamiento deberá ser en m/s:

a) 12**i**+12**j** b) 22**i**+22**j** c) 12**i**-12**j**

d) 22**i**-22**j** e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

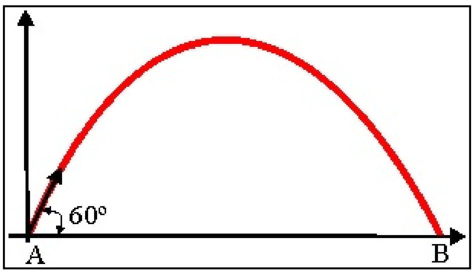
SOL:

Resolviendo como la ecuación de la trayectoria $y = y_0 + x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 \alpha}$,

y sustituyendo la posición final de la jabalina (97; 0), nos da:

$0=2+97-10.97^2/v^2$, y v=30,82 m/s.

De los que **v**=30,82cos 45° **i**+30,82sen 45° **j** m/s = 21,8**i** + 21,8**j** m/s, que demuestra la solución b.



1.5.9. En un partido de fútbol, situado el balón en el punto A, un delantero lo impulsa con una velocidad de 8 m/s, formando un ángulo de 60° con la horizontal. Si no se tienen en cuenta la resistencia del aire ni el viento, el balón deberá llegar a B, que dista de A:

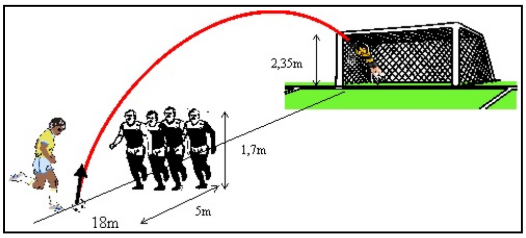
a) 2,4 m b) 4,8 m c) 2,8 m

d) 5,6 m e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Aplicando la ecuación del alcance máximo:

$$X = \frac{V_0^2 \, sen 2\alpha}{g} = \frac{64 sen 120^{\circ}}{9,8} = 5,6m$$ o sea la respuesta d



1.5.10. En cierto partido de futbol, el árbitro pita falta castigando al equipo con un libre directo. El lugar de la falta se encuentra a 18 m de la base de uno de los postes de la portería. Por un descuido arbitral, la barrera, integrada por jugadores de una altura media de 1,70 m, se forma sólo a 5 m del lanzador del castigo. Para salvar la barrera el jugador que lanza la falta impulsa el balón con un ángulo de 30° con la horizontal. Si pretende sortearla introduciendo el balón por la escuadra (2,35 m) de aquel poste,tendrá que impulsar el balón, en ausencia de viento, con una velocidad inicial en m/s, que tiene por módulo:

a) 25 b) 16,3 c) 15,2
d) 24,5 e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

SOL:
Se supone que el balón deberá superar la barrera, para lo que su posición deberá ser (5; 1,7) en ese punto, y para introducirlo por la escuadra, su posición en este caso deberá ser (18; 2,35), sustituyendo los valores, en la ecuación de la trayectoria: $y = y_0 + x\tan\alpha - \dfrac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha}$

Tenemos : $2{,}35 = 18\tan 30^\circ - \dfrac{9{,}8.18^2}{2v^2\cos^2 30^\circ}$; $19{,}6.18^2/3v^2=8$; v=16,3 m/s.

Comprobaremos si con esta velocidad supera la barrera, sustituyendo los valores en la ecuación de la trayectoria calculamos la altura:

y=5tan 30° -(9,8.4.25/2.16,3^2.3)=2,89-0,61= $2{,}27 > 1{,}7m$,

lo que le permitiría sobrepasar la barrera y marcar el tanto,confirmando la solución b.

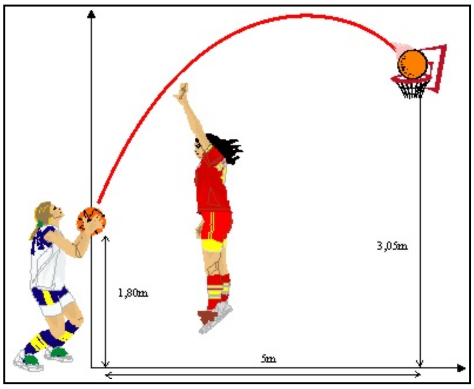
1.5.11. En el torneo de las 5 naciones de Rugby, un determinado jugador, desde la línea de 25 yardas (23 m), pretende culminar un ensayo, lanzando el balón por encima del listón a 3 m. Si el ángulo con que golpea el balón es de 45°, la velocidad mínima para convertirlo, será aproximadamente, en m/s, de:

a) 20 b) 18 c) 16
d)14 e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

SOL:
Sustituyendo la posición (23; 3) y el ángulo en la ecuación de la trayectoria :

$y = y_0 + x\tan\alpha - \dfrac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha}$

despejando v, nos da una velocidad mínima de aproximadamente 16m/s, confirmando la respuesta c.



1.5.12. En el esquema de la figura, la jugadora Cristina, situada a 5 m de la vertical de la canasta pretende encestar directamente. Sabiendo que el ángulo de lanzamiento es de 45°, que lanza desde 1,80 m y que ésta se encuentra a 3,05 m del suelo, podrías asegurar que una jugadora contraria situada 2 m delante de la canasta y saltando hasta 2,20m en el momento preciso:

a) CONSEGUIRÍA IMPEDIR LA CANASTA
b) PRODUCIRÍA UN TAPÓN EN TRAYECTORIA DESCENDENTE CON CANASTA VÁLIDA
c) NO CONSEGUIRÍA IMPEDIR EL LANZAMIENTO

SOL:

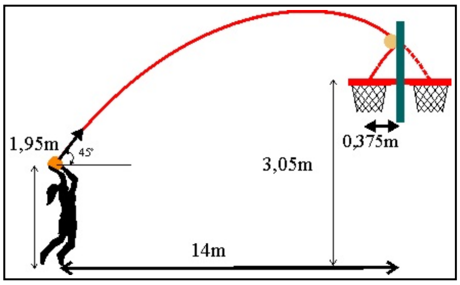
Operando a partir de la ecuación de la trayectoria: $y = y_0 + x\tan\alpha - \dfrac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha}$

Así,sustituyendo en ella,la posición de la canasta (5;3,05):

$3{,}05 = 1{,}80 + 5\tan 45^\circ - \dfrac{9{,}8.5^2}{2v^2\cos^2 45^\circ}$; $3{,}75=245/v^2$, v=8 m/s.

Operando como en 1.5.10. para la posición $(2m; > 2{,}20m)$:

y=1,80+2- (88,2/64)=3,19m, o sea >2,20, por lo cual la defensora no conseguirá impedir en lanzamiento. La solución correcta es la c.



1.5.13.* Faltan 4 segundos para terminar el partido de baloncesto y el equipo de casa pierde de 2 puntos, pero saca de fondo. El base lanza desde 14 metros a tablero, en suspensión, desde 1,95 m de altura, y con un ángulo de 45°, entrando en la canasta después del choque que se supone elástico. Con los datos que te dan (canasta a 3,05 m de altura, con centro a 0,375 cm del tablero), podrás afirmar que:

a) LA TRAYECTORIA DEL BALÓN DESDE EL TABLERO A LA CANASTA ES RECTILÍNEA
b) LA VELOCIDAD CON QUE IMPULSÓ EL BALÓN FUE DE 12,35 m/s
c) EL BALÓN CHOCA CON EL TABLERO EN SU TRAYECTORIA ASCENDENTE
d) EL FINAL DEL ENCUENTRO SE PRODUCE ANTES DE QUE SE CONSIGA LA CANASTA
e) EL BALÓN GOLPEA AL TABLERO A 3,35 m DEL SUELO

SOL:
Operando como en el caso anterior, pero considerando por problemas de simetría, que al ser elástico el choque,el balón deberá seguir una trayectoria parabólica, como si no existiera tablero, hacia una canasta simétrica a la real, respecto al plano del tablero (obsérvese el dibujo).
Las coordenadas del centro de la canasta imagen, respecto al punto (0,0) situado en el suelo, y en la vertical del lanzador, serían, teniendo en cuenta las dimensiones dadas (14,375 ; 3,05).

Aplicando la ecuación de la trayectoria : $y = y_0 + x\tan\alpha - \dfrac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha}$

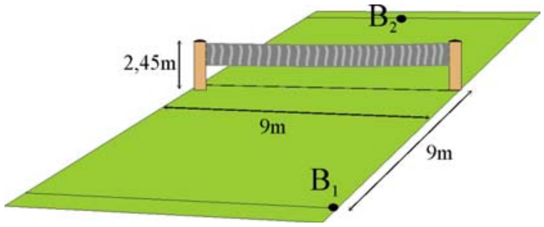
tendríamos:

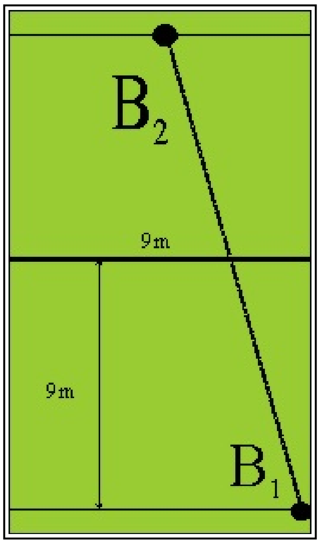
$$3{,}05 = 1{,}95 + 14{,}375\tan 45^\circ - \frac{9{,}8.14{,}375^2}{2v^2\cos^2 45^\circ}$$

1,10=14,375-9,8.206,6/v^2; v=12,35 m/s.
Resolviendo la ecuación de la trayectoria, para la situación del tablero,con el valor hallado de v, se podrá averiguar la posición del balón cuando lo golpea A (14; y):
y=1,95+14-9,8.14^2/$12{,}35^2$=3,35m.
Para averiguar si la trayectoria es ascendente o descendente, como referencia rápida basta averiguar la posición de la altura máxima, respecto a la de lanzamiento:

$$X = \frac{V_0^2\ sen2\alpha}{2g} = \frac{12{,}35^2}{2.9{,}8} = 7{,}8m$$

Como el balón estaba en el aire, 4 segundos antes de terminar el partido, será siempre canasta al seguir la trayectoria parabólica.
Por lo tanto, el tablero a 14m. será golpeado en trayectoria descendente. Al ser elástico el choque, saldrá del tablero, invirtiendo la componente v_x y manteniendo v_y, con lo que se determina un nuevo lanzamiento oblicuo, y con trayectoria también parabólica.
Según lo demostrado, serán correctas las soluciones <u>b</u> y <u>e</u>.





1.5.14.* En un partido de volei, desarrollado en el campo dado en el dibujo, y con las dimensiones indicadas, el saque lo ejecuta desde el punto B_1 un determinado jugador, impulsando la pelota desde 1,5 m de altura con un ángulo de 45°, y tal velocidad que el balón golpea en el punto B_2, en el medio del límite del campo contrario. Con los datos dados podrás asegurar que:

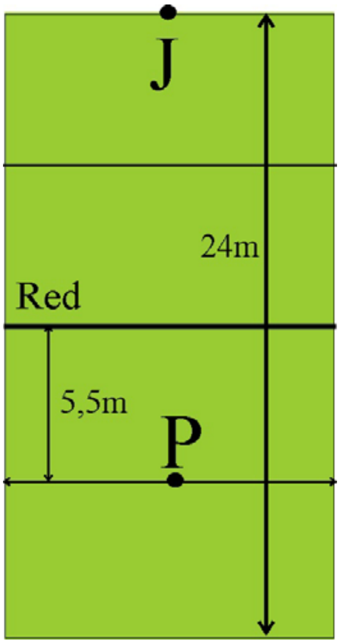
a) LA TRAYECTORIA QUE DESCRIBE ES CIRCULAR
b) EL BALÓN TROPEZARÍA EN LA RED
c) EL BALÓN PASA A MÁS DE 3 m POR ENCIMA DE LA RED
d) LA VELOCIDAD CON QUE DEBE IMPULSAR EL BALÓN EL LANZADOR TIENE POR MÓDULO 13,5 m/s
e) TOMANDO UN SISTEMA DE EJES EN EL PLANO DEL LANZAMIENTO CON ORIGEN EN EL PUNTO B_1, EL VECTOR VELOCIDAD DE LANZAMIENTO SERÁ EL 13,5**i**+13,5**j**

SOL:
Se deberá operar a partir de la ecuación de la trayectoria parabólica : $y = y_0 + x\tan\alpha - \dfrac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha}$

Se determina previamente la situación del punto donde deberá golpear el balón respecto a la de lanzamiento.
Para ello consideramos el plano de posición $B_1B_2 = \sqrt{[18^2+9^2]} = 20{,}12\,m/s$,y por lo tanto B_2(20,12,0), respecto a B_1(0,0).
Por lo tanto, sustituyendo y operando,

$0=1{,}5+20{,}12-9{,}8.20{,}12^2/v^2$; $v = \sqrt{\dfrac{3967{,}2}{21{,}72}} = 13{,}5\,m/s$,

correspondiendo a la solución d, e imposibilitando la e, pues
v=13,5cos 45° **i** + 13,5sen 45° **j**.
Para determinar b y c, se operaría como en 1.5.13, para la situación de la red en el plano de lanzamiento,calculamos la componente horizontal de las coordenadas del balón cuando sobrepasa la red, $B_1B_2/2$=10,06,por lo que éstas deberán ser, (10,06, y).
En la ecuación de la trayectoria, y=1,5+10,06-991,8/182,25 =6,11 $\rangle$ (3+2,45)m, confirmando la c, y anulando la b. La respuesta a, se invalidó directamente a través de la trayectoria.



1.5.15.* En un partido de tenis, un determinado jugador situado a 12m de la red, pretende hacer un tanto de saque (ace), para lo cual piensa que lo mejor es lanzar la bola de forma que bote en el suelo en la posición P del esquema dado a 5,5 m de la red y en campo contrario, y para ello, golpea con la raqueta la pelota a 2,30 m de altura, formando un ángulo de 0° con la horizontal y con una velocidad de 108 km/h, pero la red se levanta hasta 90 cm de altura. Por todo ello, dirás que:

a) SI REDUJESE SU VELOCIDAD DE SAQUE EN UN 30%, LA PELOTA NO PASARÍA LA RED
b) EL JUGADOR CONSEGUIRÁ EL ACE EN LAS CONDICIONES INICIALES
c) LA PELOTA PASARÁ A 15 cm POR ENCIMA DE LA RED
d) LA PELOTA GOLPEARÁ EL SUELO CON UNA VELOCIDAD CUYO MÓDULO ES 5,83 m/s
e) EL ÁNGULO QUE FORMA LA PELOTA AL CHOCAR CON EL SUELO SERÁ APROXIMADAMENTE DE -12°

SOL:

El lanzamiento se realiza desde la altura del saque, con un ángulo de 0° y la situación de P, respecto a la del jugador (0;0), será la (17,5;0). Con estos datos sustituyendo en la ecuación de la trayectoria que debemos determinar a partir de : x=(108/3,6)t (I) $y=2,3- 4,9t^2$ (II), sustituyendo t=x/30 en (II),

$y=2,3-4,9x^2/900$. Para y=0, $x=\sqrt{\dfrac{900.2,3}{4,9}}=20,6m$, con lo cual y en estas condiciones no colocaría la bola en el sitio indicado, saliendo fuera del perímetro de saque, por lo cual la propuesta b es falsa.

Si se quisiera meter la bola en el punto P(17,5; 0), se necesitaría una velocidad de saque, a partir de la ecuación de la trayectoria:

$y=y_0-4,9x^2/v^2$ $\quad 0=2,3-4,9.17,5^2/v^2$ $\quad$ v=25,54 m/s $\quad$ y no 30 m/s o 108 km/h

En estas condiciones para pasar la red: $\quad$ y=2,3-4,9.144/900 = 1,5m ,

pasando 60cm por encima de la red.

Para determinar la velocidad y el ángulo que forma la pelota al chocar con el suelo (20,6; 0), en (I), calculamos t=20,6/30=0,69s.

Como $\mathbf{v}_x=30\mathbf{i}$ y $\mathbf{v}_y=-9,8t\mathbf{j}$ al sustituir t : $\mathbf{v}_y=-9,8.0,69=-6,76\mathbf{j}$.

Como $\tan\alpha=\dfrac{v_y}{v_x}$; $\quad \alpha=-12^\circ$. Dados los resultados anteriores, el módulo de la velocidad nunca podría ser 5,83m/s.

Si se redujera la velocidad en un 30%, el tenista lanzaría con v=21m/s, y con esta velocidad determinamos en (I) t para x=12m(red), t=12/21=0,57s que llevaríamos a (II), así:

$y=2,3-4,9.0,57^2=0,71m \langle 0,90m$, y por lo tanto ya no superaría la red. Según esto, son correctas las propuestas <u>a</u> y la <u>e</u> , siendo las demás falsas.

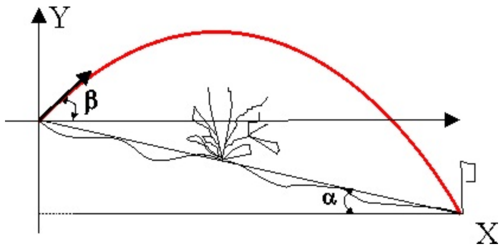
1.5.16.* Suele decirse que en el tenis para sacar con más seguridad, y no incurrir en la doble falta, debes golpear la pelota con un ángulo de 5° por debajo de la horizontal, sin embargo si a las condiciones de lanzamiento especificadas en la cuestión anterior (v=108km/h), le aplicas esta circunstancia, te encontrarías que:

a) NO PODRÍAS CONSEGUIR EL PUNTO
b) NO CONSEGUIRÍAS DARLE LA VELOCIDAD ADECUADA
c) LA PELOTA GOLPEARÍA CONTRA LA RED
d) LA PELOTA PASARÍA LA RED PERO GOLPEARÍA EL SUELO FUERA DE LA LÍNEA DE SAQUE
e) LA PELOTA ROZARÍA LA RED

SOL:
En este caso, refiriéndose a la situación del tenista como punto (0,0), la ecuación de la trayectoria:

$y = y_0 + x\tan\alpha - \dfrac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha}$ será $y = 2{,}3 + x\tan(-5^{\circ}) - \dfrac{4{,}9x^2}{v^2\cos^2(-5^{\circ})}$

punto de corte de la trayectoria tiene por coordenadas (12; 0,9), y el punto donde debería golpear el suelo (17,5; 0), al sustituir comprobaremos si satisfacen la ecuación de la trayectoria, determinando previamente la velocidad de lanzamiento para conseguir el tanto.
Así 0=2,3+17,5.(-0,087)-4,9.306,25/v^2.0,992; v=44,1m/s
Esta velocidad, en km/h, 158,4 km/h, es relativamente fácil de imprimir a la pelota, por un jugador de tenis, con buen saque (en la actualidad, las velocidades de saque, habituales en los grandes torneos, rondan los 200 km/h).
en estas condiciones para averiguar si previamente habría pasado la bola por encima de la red, y=2,3+12.(-0,087)-4,9.144/$44{,}1^2$.0,992=0,89m
Por lo tanto pegaría en el borde de la red que llega hasta 0,90m. por lo cual es correcta la c, y no la d.
Sin embargo si en virtud del impulso que lleva, lograra sobrepasar la red sin modificar su velocidad, no sería válido el tanto, por rozar la red, debiendo repetir el saque (dos servicios más, según las reglas del tenis).
Si empleáramos la de 30m/s (tal como en la 1.5.15), la pelota también golpearía en la red:
y=2,3+12.(-0,087)-4,9.144/30^2.0,996=0,469m
Resumiendo y justificando las propuestas, con una v.inicial de 44,1m/s, rozando la red, la pelota aunque la sobrepasase, por rozarla no conseguiría el tanto de saque, por lo que serían correctas la propuestas <u>a</u> y <u>c</u>.



1.5.17. Un jugador de golf, necesita acercarse perentoriamente al hoyo, por lo cual debe conseguir el alcance máximo, cuando golpea a la bola, pero se encuentra en una ladera inclinada a su favor, cierto ángulo α, por eso el ángulo sobre la horizontal con que deberá enviar la bola deberá ser de:

a) 45° b) $45+\alpha^{\circ}$ c) $45-\alpha^{\circ}$

d) $45+\frac{\alpha}{2}^{\circ}$ e) $45-\frac{\alpha}{2}^{\circ}$

SOL:
La solución de esta cuestión implica resolver el sistema de ecuaciones formado por la trayectoria de la bola : $y = y_0 + x\tan\beta - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2\beta}$ (I), con la de la recta inclinada $y = -x\tan\alpha$ (II), que corresponde a la ladera, ya que el punto de corte, supondrá el máximo alcance.

$$\text{Así : } x\left[\tan\alpha + \tan\beta - \frac{gx}{2v^2\cos^2\beta}\right] = 0 \qquad x = \frac{2v^2\cos^2\beta(\tan\alpha + \tan\beta)}{g}$$

Dado que : $\tan\alpha + \tan\beta = \frac{sen(\alpha+\beta)}{sen\alpha sen\beta}$

$$x = \frac{2v^2\cos^2\beta[sen(\alpha+\beta)]}{gsen\alpha sen\beta} = \frac{2v^2\cos\beta sen(\alpha+\beta)}{g\cos\alpha}(III)$$

Pero por otra parte el camino inclinado sobre la ladera s= $\sqrt{[x^2+y^2]}$, tomando y^2, de (II) : $s^2 = x^2(1+\tan^2\alpha)$

Como $1+\tan^2\alpha = \sec^2\alpha$, $s = x\sec\alpha$; $x = \frac{s}{\sec\alpha}$ que se sustituye en (III).

Así: $\frac{s}{\sec\alpha} = \frac{2v^2\cos\beta sen(\alpha+\beta)}{g\cos\alpha}$

Si consideramos constantes, v y α , s será máximo si $\cos\beta sen(\alpha+\beta) = 1$

Así si $s = K\cos\beta sen(\alpha+\beta)$ y para determinar el máximo alcance en función del ángulo ß.

$$\frac{ds}{d\beta} = K[-sen\beta sen(\alpha+\beta) + \cos\beta\cos(\alpha+\beta)] = K\cos(\beta+\alpha+\beta) = 0 \text{ ds/dß=0.}$$

Como $2\beta + \alpha = 90^{\circ}$, ángulo de lanzamiento $\beta = 45 - \frac{\alpha}{2}$, que corresponde a la propuesta e.

También se podría calcular, considerando las coordenadas del punto de corte de las dos ecuaciones (x_C, y_C), igualando las dos ecuaciones I y II, como en el sistema anterior, aplicadas en dicho punto.

$-x_C\tan\alpha = x_C\tan\beta - \frac{gx_C^2}{2v^2\cos^2\beta}$. Simplificando quedaría:

$\frac{gx_X}{2v^2\cos^2\beta} = \tan\alpha + \tan\beta$. Despejando x_C = $\frac{2v^2}{g}\left(\cos\beta\, sen\alpha + \tan\alpha\cos^2\beta\right)$.

Derivándolo respeco a β ; $\frac{dx_C}{d\beta} = \cos^2\beta - sen^2\beta + \tan\alpha.2\cos\beta(-sen\alpha) = 0$

$\cos 2\beta = sen2\beta\tan\alpha$; $2\beta = \pi/2 - \alpha$; $\beta = 45° - \alpha/2$