Campo gravitatorio 8

141. En la superficie de un planeta, supuesto esférico y homogéneo, la aceleración de la gravedad es $6{,}25 m/s^2$, y a una distancia de tres mil kilómetros de su superficie un hombre de 80 kilos pesaría 320 newton. Según estos datos podrás afirmar que:

a) EL PLANETA ES MAYOR QUE LA TIERRA
b) LA DENSIDAD DEL PLANETA ES MAYOR QUE LA DEL AGUA
c) LA VELOCIDAD DE ESCAPE DESDE LA SUPERFICIE DEL PLANETA ES CERCANA A LOS 47 km/s
d) UN SATÉLITE SITUADO A ESOS 3000 KILÓMETROS DE SU SUPERFICIE TARDARÍA POCO MAS DE 3 HORAS EN DAR LA VUELTA AL PLANETA

R.Tierra=6370 km. G=$6{,}67.10^{-11}$ uSI.

SOL:

Teniendo en cuenta que $g = G\dfrac{M}{R^2}$ y $g_H = G\dfrac{M}{(R+H)^2}$, dividiendo $\dfrac{g}{g_H} = \left(\dfrac{R+H}{R}\right)^2$. Se calcula $g_H = \dfrac{320N}{80kg} = 4\dfrac{m}{s^2}$. Operando $\dfrac{6{,}25}{4} = \left(\dfrac{R+3000}{R}\right)^2$, R=12000km, por lo tanto pese a que gravedad superficial es menor que la de la Tierra, su radio es mucho mayor.

La densidad se puede calcular a partir de la fórmula ya demostrada $|\vec{g}| = \dfrac{4}{3}\pi G\rho R$, de lo que $\rho = \dfrac{3g}{4\pi GR} = \dfrac{3.6{,}25}{4.3{,}14.6{,}67.10^{-11}.1{,}2.10^7} = 1864\dfrac{kg}{m^3} > 1000\dfrac{kg}{m^3}$. O sea su densidad es mayor que la del agua.

Se ha visto que $v_E = \sqrt{2gR} = \sqrt{2.6{,}25.1{,}2.10^7} = 1{,}22.10^4\dfrac{m}{s}$

La condición de satelización es que $G\dfrac{Mm}{R_H{}^2} = m\omega^2 R_H$, siendo M la masa de la Tierra, m la del satélite y R el radio de la órbita, de lo que $\omega = \sqrt{\dfrac{GM}{R_H{}^3}}$, pero como $G\dfrac{M}{R_H{}^2} = g_H$, $\omega = \sqrt{\dfrac{g_H}{R_H}}$ =$5{,}16.10^{-4}$ rad.s^{-1}, su periodo $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ =$1{,}21.10^4$s =3,38h. Son correctas las propuestas a, b y d.

142*.Si en un planetoide esférico, macizo y homogéneo, existiera un pozo por sus polos que lo atravesara de parte a parte, y te cayeras por él:

a) TU MOVIMIENTO SERÍA PERIÓDICO
b) APARECERÍAS EN EL POLO OPUESTO
c) TE QUEDARÍAS ATRAPADO EN EL CENTRO DEL PLANETOIDE
d) VOLVERÍAS AL PUNTO DE PARTIDA EN MENOS DE UNA HORA

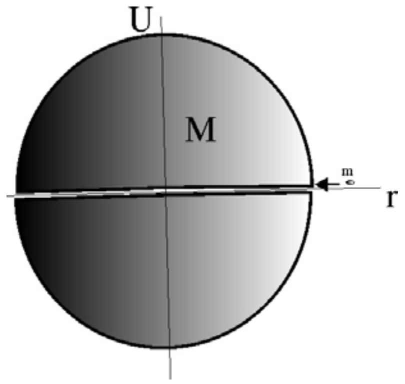
DATOS: G=$6{,}67.10^{-11}$ uSI. densidad del planetoide=2000 kg.m^{-3}

SOL:

Tal como se hizo para el interior de la Tierra, supuesta uniforme, g en el interior del planetoide es $|\vec{g}| = \dfrac{4}{3}\pi G\rho\, d$, de lo que la fuerza de atracción que experimenta un cuerpo de masa m, será F= -m $|\vec{g}| = -\dfrac{4}{3}\pi mG\rho\, d$ siendo $k = \dfrac{4}{3}\pi mG\rho$, F=-kd, o F=-kx. Esta fuerza hace que el movimiento sea periódico como el de un resorte, siendo $k = m\omega^2$, igualando, $\omega^2 = \dfrac{4}{3}\pi G\rho = 5{,}59.10^{-7}\dfrac{rad^2}{s^2}$, como $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ =$8{,}4.10^3$s=2,3h. Tardarías más de 2 horas.

Solo es correcta la propuesta a.

143. Si en el planetoide agujerado por los polos, te cayeras por dicho agujero, tu velocidad sería mayor:
a) EN EL CENTRO DEL PLANETOIDE
b) EN INSTANTE INICIAL
c) EN EL PUNTO OPUESTO
d) AL VOLVER AL LUGAR EN DONDE CAISTE
SOL:
En test anteriores se ve que el movimiento es periódico, y tal como en un péndulo la mayor velocidad se produciría en el punto medio, o sea en el centro del planetoide, tal como se propone en a.

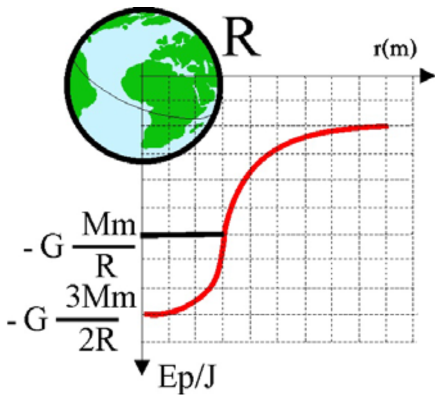


144. La variación de la energía potencial en la interacción de dos cuerpos uno de gran masa M, y esférico de radio R y otro de masa puntual m, dentro del primero vendría dado por una:
a) RECTA b) CURVA DE 2 GRADO
c) HIPÉRBOLA d) UNA CURVA INDEFINIDA
SOL:
La gráfica a representar sale del concepto de energía potencial como el trabajo para llevar una masa m, de un punto a otro, en este caso de R al punto r

$$U=\int_R^r -G\frac{Mm}{R^3}rdr=-G\frac{Mm}{R^3}\left[\frac{r^2}{2}\right]_R^r=-G\frac{Mm}{2R^3}(3R^2-r^2)$$

$U=-G\frac{3Mm}{2R}+G\frac{Mm}{2R^3}(r^2)=-a+br^2$, que corresponden a una curva de segundo grado, en este caso a una parábola

Es correcta la propuesta b.



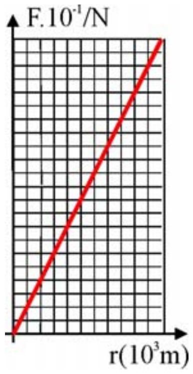
145.Teniendo en cuenta la gráfica de la variación de la energía potencial en el interior de la Tierra, la velocidad que alcanzaría un cuerpo que cayera libremente por un hipotético agujero que llegase hasta el centro de la Tierra, al llegar a este punto vendría dado por la expresión:

a) $\sqrt{G\frac{M}{R}}$ b) $\sqrt{G\frac{M}{2R}}$

c) $\sqrt{G\frac{2M}{3R}}$ d) $-\sqrt{G\frac{M}{R}}$

SOL:
Dado que se trata de un campo conservativo, la variación de energía potencial corresponderá al aumento de energía cinética, o sea: $-G\frac{Mm}{R}-\left(G\frac{3Mm}{2R}\right)=G\frac{Mm}{2R}=\frac{1}{2}mv^2$, de lo que $v=\sqrt{G\frac{M}{R}}$ como se propone en a.

146. Dado un planetoide esférico de masa M y radio R, agujereado por su ecuador, siguiendo un diámetro, la velocidad que llegaría a alcanzar en su centro, una vez dejado caer en su superficie sería aproximadamente en m/s de:
a) 502 b) 22 c) 102 d) 82
DATOS: $M=10^{16}$t; R=100km; $G=6{,}67.10^{-11}$uSI.
SOL:
Empleando la expresión demostrada en el test anterior $v=\sqrt{G\frac{M}{R}}=\sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}.10^{19}}{10^5}}=81{,}7\frac{m}{s}$ como se propone en d.



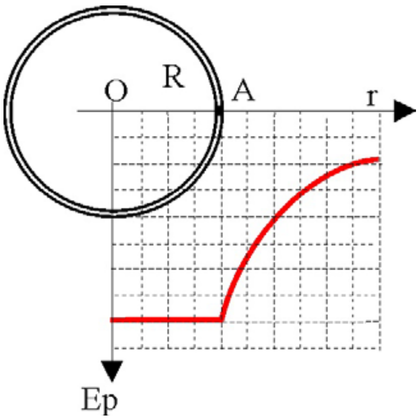
147. Dada la variación de la fuerza que actúa sobre un cuerpo de masa 80 kg, que cae por un agujero que atraviesa de parte a parte a un planetoide esférico y uniforme de masa M y radio R, dirás que la densidad de dicho planetoide es en kg/m^3 de:

a) 5000 b) 2000 c) 9000 d) 1000

DATOS: G=6,67.10^{-11}uSI.

SOL:

Según se ha visto en el interior del planetoide F= -m $\left|\vec{g}\right| = -\frac{4}{3}\pi mG\rho\, d$ siendo $k = \frac{4}{3}\pi mG\rho$, que sería la pendiente de la recta dada, por ello $k = \frac{22.10^{-1}N}{11.10^{3}m} = 2.10^{-4} = \frac{4\pi.80.6,67.10^{-11}}{3}\rho$, de lo que $\rho = 8950\frac{kg}{m^3}$, como se propone en c.



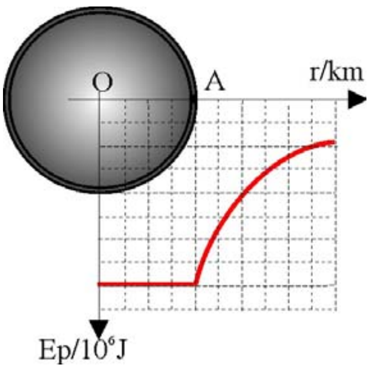
148. La variación de la energía potencial dentro de una gigantesca esfera hueca de radio R, no es igual que si fuera maciza, ya que no hay masa en su interior tal como se observa en la figura. Si la comparamos con la que tiene a distancias r>R, dirás que es:

a) MAYOR b) MENOR

c) NULA d) CONSTANTE

SOL:

Puesto que la energía potencial se mantiene constante dentro de la esfera hueca, su variación será 0 o nula, como se propone en c.



149. En una famosa película de ciencia ficción, uno de los protagonistas cae dentro de un planetoide artificial hueco, conocido como “la estrella de la muerte”, sin embargo como se observa en la gráfica adjunta esto no sería posible ya que:

a) NO PODRÍA CAER

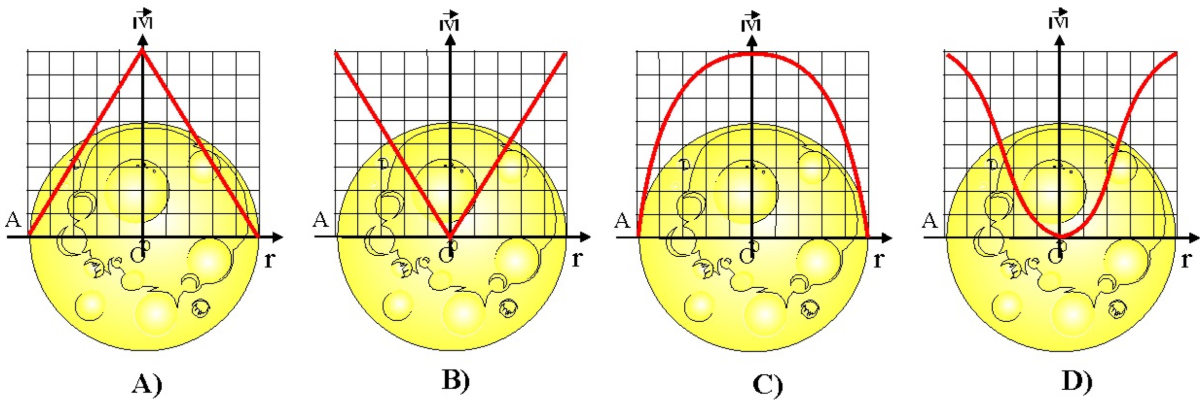
b) CAERÍA CON MOVIMIENTO UNIFORME

c) NO SE MOVERÍA

d) DESCRIBIRÍA UN MOVIMIENTO PERÓDICO

SOL:

Al ser constante la energía potencial, y ser su variación nula, también lo será su energía cinética, por lo que v=0, por lo cual mantendría la velocidad con que hubiera penetrado en el agujero de la esfera. Es correcta la b.

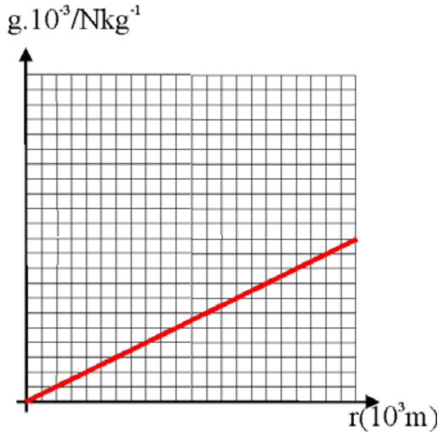


150. Un cuerpo cae por un orificio que atraviesa un planetoide esférico de parte a parte, como indica la figura, la gráfica que mejor responde a la variación de su velocidad, será la:

a) A b) B c) C d) D

SOL:

Dado que su velocidad es máxima en el centro del planetoide, y sigue una relación cuadrática, la única posible es la c.



151. Dada la gráfica de variación de g, con la distancia al centro de un determinado planeta, podrás deducir que dicho planeta está formado fundamentalmente por:

a) GASES b) AGUA Y ROCAS LIGERAS

c) METALES PESADOS d) HIDRÓGENO

DATOS: G=6,67.10^{-11}uSI.

SOL:

Según se ha visto g en el interior del planetoide es $\left|\vec{g}\right| = \frac{4}{3}\pi G\rho\, d$, por eso la gráfica de su variación corresponde a una recta. Su pendiente $k = \frac{11.10^{-3}N}{22.10^{3}m} = 5.10^{-7} = \frac{4\pi.6,67.10^{-11}}{3}\rho$, de lo que $\rho = 1790\frac{kg}{m^3}$, que corresponde a una mezcla de agua y rocas ligeras, como se dice en b.

152*.Como sabes el día, es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta sobre si misma. Si una persona situada en el ecuador y apoyada en el suelo disminuyera su peso en la mitad, dirías que:

a) EL DIA SE HABRÍA ACORTADO
b) LA TIERRA GIRARÍA MÁS RAPIDAMENTE SOBRE SI MISMA
c) LA TIERRA GIRARÍA MÁS LENTAMENTE
d) UN PÉNDULO OSCILARÍA MÁS RÁPIDAMENTE

SOL:

En este caso hipotético: $g = g_0 - \omega_T{}^2 R_E$ y $\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g_0 - g}{R_E}}$ $g' = \frac{g}{2} = g_0 - \omega'_T{}^2 R_E$.

$\omega' = \frac{2\pi}{T'} = \sqrt{\frac{g_0 - \frac{g}{2}}{R_E}}$, de lo que cabe esperar que al ser mayor el numerador, que $\omega' > \omega$, y por lo tanto *T*>*T'*. O sea que el día se habría acortado y la Tierra giraría más rápidamente, y como en el péndulo $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, oscilaría mas lentamente, al disminuir g. Son correctas las propuestas a y b.

153.Como debes saber el radio ecuatorial de la Tierra es mayor que el polar, y eso hace que la gravedad varíe de un lugar a otro. Si se tiene en cuenta el giro de la Tierra, la altura a la que deberías elevarte en el polo para pesar lo mismo que en el ecuador será en kilómetros de:

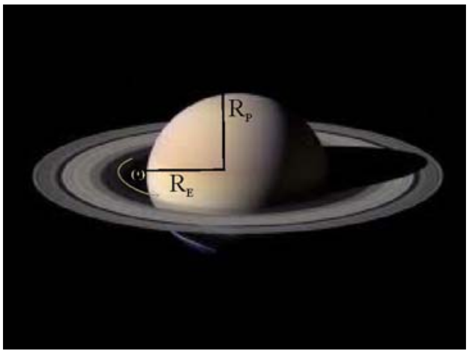
a) 12 b) 20 c) 32 d) 42

DATOS: Radio ecuatorial=6378 km; radio polar=6357km. G=6,67.10^{-11}uSI. M=6.10^{24} kg

SOL:

Se deberá cumplir $G\frac{M}{\left(R_P + H\right)^2} = G\frac{M}{R_E{}^2} - \omega^2 R_E$. Teniendo en cuenta que $\omega = \frac{2\pi\, rad}{86400s}$ (una rotación/día)

$G\frac{M}{\left(R_P + H\right)^2} = 9,84 - 0,0337$, de lo que H=32 km. Es correcta la propuesta c.



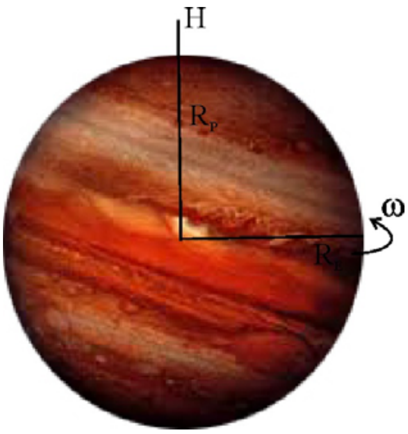
154. El planeta más desproporcionado del sistema solar es Saturno, esto unido a su rápida velocidad de rotación hace que varíe mucho su gravedad desde ecuador a los polos, que en este caso sería de un % mayor del:

a) 5% b) 50% c) 1% d) 30%

DATOS: Radio ecuatorial=60268 km; radio polar=53364km. G =6,67.10^{-11}uSI. M=5,68.10^{26} kg. ω=1,71.10^{-4} rad.s^{-1}.

SOL:

$g_E = G\dfrac{M}{R_E{}^2} - \omega^2 R_E$ y $g_P = G\dfrac{M}{R_P{}^2}$. Sustituyendo los valores $g_E = 8,68\dfrac{m}{s^2}$ mientras que $g_P = 12,8\dfrac{m}{s^2}$, o sea el aumento sería del 47,7%, como se indica en b.



155. Júpiter, es un planeta que tiene una gran velocidad de rotación; mas del doble que la Tierra, eso hace que la gravedad en el polo norte de Júpiter sea mucho menor que en el ecuador, teniendo que elevarte sobre el polo hasta una altura H, para que pesaras lo mismo. En este caso H en km sería aproximadamente:

a) 100 b) 2500

c) 8000 d) 550

DATOS: Radio ecuatorial=71492 km; radio polar=66854km. G=6,67.10^{-11}uSI. M=1,9.10^{27} kg; ω=1,77.10^{-4} rad.s^{-1}.

SOL:

Se deberá cumplir $G\dfrac{M}{(R_P+H)^2} = G\dfrac{M}{R_E{}^2} - \omega^2 R_E$. Teniendo en cuenta los datos

$G\dfrac{M}{(R_P+H)^2} = 24,8 - 2,25$, de lo que H=8120 km. Es correcta la propuesta c.

156.Un planeta desconocido Z, tarda un tiempo T en dar una vuelta alrededor si mismo, sin embargo un cuerpo de 100 kg de masa suspendido en su ecuador, no consigue deformar un resorte, circunstancia que se cumpliría en la Tierra. Con estos detalles, incluso podrías afirmar que la densidad media del planeta es:

a) $\dfrac{\pi}{GT}$ b) $\dfrac{4\pi}{3GT^2}$ c) $\dfrac{3\pi}{GT^2}$ d) $\dfrac{3\pi}{GT}$

SOL:

En el ecuador la g que actúa es $g_Z - \omega_Z{}^2 R_Z$ .Como no logra deformarlo , mg$_Z$=0 , $g_Z = \omega_Z{}^2 R_Z = \dfrac{4\pi^2 R_Z}{T^2}$. Si se consideran el planeta Z como una esfera homogéneas de densidad ρ, $|\vec{g}_Z| = \dfrac{4}{3}\pi G\rho\, R_Z$, aplicándolo a dicho planeta $\dfrac{4}{3}\pi G\rho\, R_Z = \dfrac{4\pi^2 R_Z}{T^2}$. Por lo tanto la densidad media del planeta será $\rho = \dfrac{3\pi}{GT^2}$, como se propone en c.

157*.Cuando te pesas, y para no incurrir en pequeños errores, habrás de tener en cuenta que aquél va a depender de:

a) LA HORA DEL DIA EN QUE LO HAGAS b) LA LATITUD DEL LUGAR
c) LA LONGITUD DEL SITIO d) LA ALTURA A QUE SE ENCUENTRA

SOL:

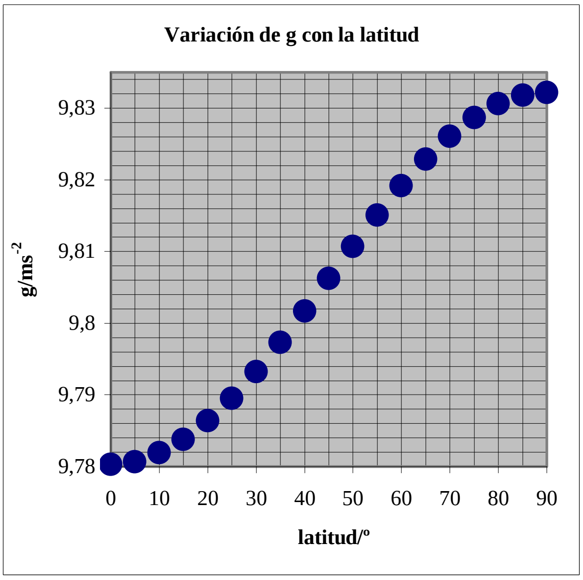
Todos los factores que modifican g, van a alterar el valor de tu peso, como g, disminuye con la altura y con la profundidad, y también depende de la latitud del lugar, que modifica el radio de giro de la Tierra. Incluso depende de la composición o naturaleza de las rocas del lugar. Por lo tanto son correctas las propuestas b y d.

158*. Si en la Tierra, el hielo de los polos y la banquisa ártica se derritiera

a) LA TIERRA GIRARÍA MÁS RÁPIDAMENTE b) LA TIERRA GIRARÍA MÁS LENTAMENTE
c) EL DÍA DURARÍA MÁS DE 24 HORAS d) PESARÍAS MENOS EN EL ECUADOR

SOL:

Los fenómenos climáticos del derretimiento de los polos y a banquisa ártica o antártica, son fenómenos internos de la Tierra que tiene que conservar el momento angular $I\omega = \frac{2}{5}MR^2\omega$. Puesto que la masa no va a variar, sino que se distribuye por toda la superficie de los mares, lo que sí se modifica es el radio de giro, que tiene que aumentar, por lo que la velocidad angular deberá disminuir, con lo cual el día duraría más de 24 horas. Por otra parte según lo visto en test anteriores $g = g_0 - \omega_T{}^2 R_E$, si disminuye ω y no se compensa con el aumento del radio ecuatorial, deberás pesar mas en el ecuador. Son correctas las propuestas b y c.

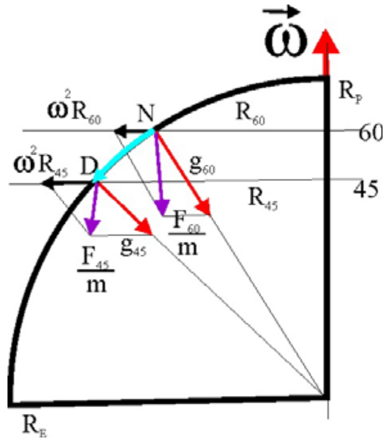


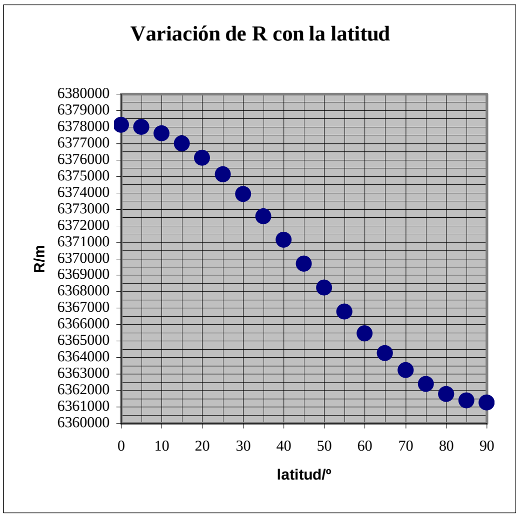
159*.El río Volga desemboca en el mar Caspio, por encima del paralelo 45 pero nace más al norte del 60.Teniendo en cuenta la variación g con la latitud dada en la gráfica, puesto que su forma achatada por los polos, hace que el radio ecuatorial sea 21 kilómetros superior al polar, la distancia al centro de la Tierra en su desembocadura, es superior aun contando el desnivel montañoso a la que hay en su lugar de nacimiento. Por ello y en este caso, para cumplir el principio de conservación de la energía, el agua debería correr de desembocadura a nacimiento, cosa que no ocurre. Esta anomalía la explicas diciendo que:

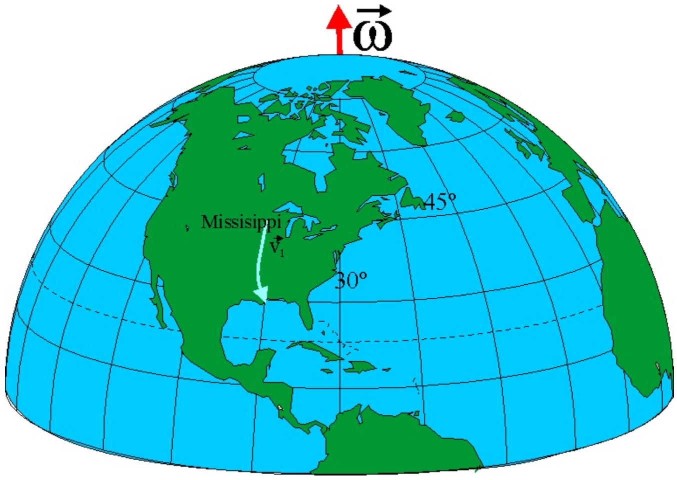
a) EL AGUA CIRCULA MUCHO MAS RÁPIDAMENTE EN SU NACIMIENTO QUE EN SU DESEMBOCADURA
b) NO SE CUMPLE EL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO
c) LA FUERZA CENTRÍFUGA QUE ACTÚA SOBRE EL AGUA DEL VOLGA EN SU NACIMIENTO LA DIRIGE HACIA SU DESEMBOCADURA
d) EN SU DESEMBOCADURA LLEVA MUCHA MAS AGUA QUE EN SU NACIMIENTO, POR LO TANTO SU ENERGÍA POTENCIAL ES MAYOR.

SOL:

Como se aprecia en el dibujo, la fuerza centrífuga debido al giro de la Tierra, hace que la fuerza actuante dirija el agua del río hacia su desembocadura.
En principio g60º>g45, y por lo tanto la energía potencial en el nacimiento será mayor que en la desembocadura, por lo que su variación Ufinal-Uinicial=Udesembocadura-Unacimiento, sería negativa, por lo tanto en este caso si no existiera la fuerza centrífuga el agua circularía al revés. Son correctas las propuestas a y c.







160. Un problema similar al que ocurre con el río Volga, tiene lugar en el río de América del Norte Misisipi (nombre indígena que significa gran río), que nace en el paralelo 45, y desemboca en el 30. Si se analiza la gráfica de variación de R con la latitud, dada, y considerando la energía potencial gravitatoria de una masa m de agua la energía potencial en su nacimiento es mayor que la que tiene en la desembocadura, por lo que el agua debería desplazarse en sentido contrario. Esto no ocurre porque:

a) NO SE CUMPLE EL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

b) ES DEBIDO AL GIRO DE LA TIERRA

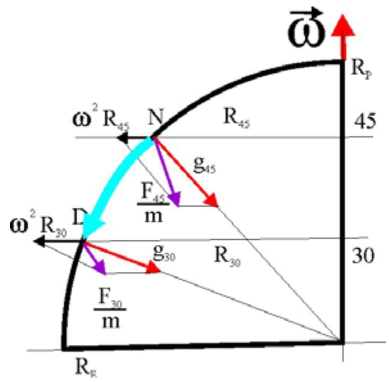
c) LA FUERZA CENTRÍFUGA EMPUJA EL AGUA PARA QUE DESCIENDA POR SU MERIDIANO HACIA EL ECUADOR

d) EXISTEN PANTANOS QUE IMPIDEN QUE EL AGUA CIRCULE AL REVÉS

SOL:

Como $R_N > R_D$, $U_N > U_D$ dado que al ser un campo atractivo la energía potencial es negativa, de lo que la variación de energía potencial (estado final – estado inicial), sería menor que 0, por lo tanto el agua debería circular al revés. No ocurre así debido a la fuerza centrífuga, que hace que la fuerza que actúa sobre la unidad de masa de agua, la hace ir del nacimiento hacia la desembocadura como se observa en la figura.

Son correctas las propuestas b y c.



$$U_N = -G\frac{Mm}{R_N};\quad U_D = -G\frac{Mm}{R_D} \qquad U_N - U_D = GMm\left(\frac{1}{R_D} - \frac{1}{R_N}\right) = \frac{1}{2}mv^2$$