1.4. MOVIMIENTO EN EL CAMPO GRAVITATORIO

1.4.1. Si un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba con velocidad inicial V_0, llegando hasta una altura H, al duplicar su velocidad inicial, el tiempo que tardaría ahora en llegar a H, sería:

a) $\frac{V_0}{2g}$ b) $\frac{V_0}{g\sqrt{3}}$ c) $V_0 g\sqrt{3}$

d) $\frac{V_0}{3g}$ e) NADA DE LO DICHO

SOL:
La condición de máxima altura, presupone que la velocidad final en ese punto es 0, y por lo tanto, $0=v_0-gt$; $t=v_0/g$, que sustituido en la ecuación horaria: $H=v_0t-gt^2/2$, nos lleva a que $H=v_0^2/2g$(I). Si se duplica v_0, $H=2v_0t'-gt'^2/2$, pero conocido de (I), H, tenemos $(v_0^2/2g)=2v_0t'-gt'^2/2$, que da lugar a la ecuación: $gt'^2-4v_0t'g+v_0^2=0$.
Su solución nos da que:
$t'=\left(\frac{v_0}{g}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$, que no coincide con ninguna opción propuesta, siendo válida la respuesta e.

1.4.2. Un cuerpo lanzado verticalmente hacia arriba con velocidad inicial V_0, llega a la mitad de su trayectoria ascendente, una vez transcurrido un tiempo en segundos de:

a) $\frac{V_0}{2g}$ b) $\frac{V_0}{g}$ c) $\left(\frac{V_0}{g}\right)\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

d) LA MITAD DEL TIEMPO TOTAL e) NADA DE LO DICHO

SOL:
Aplicando el planteamiento inicial de la cuestión 1.4.1.,sabemos que $H=v_0^2/2g$, y por lo tanto $H/2=v_0^2/4g = v_0t-gt^2/2$, que al desarrollar nos da la ecuación: $2g^2t^2-4v_0gt+v_0^2=0$,cuya resolución nos proporciona como válida (desechando el tiempo que tarda en alcanzar dicha posición en su bajada):
$t=\left(\frac{V_0}{g}\right)\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, que corresponde a la respuesta c.

1.4.3. Si dejas caer una esfera metálica desde una altura H y después de rebotar en el suelo alcanza una altura H/2, la relación entre los módulos de sus velocidades antes y después de llegar al suelo, será de:

a) 2 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}/2$

d) $\sqrt{3}$ e) NADA DE LO DICHO

SOL:
En la solución de esta cuestión se tienen que recordar conocimientos de cursos anteriores, como en principio de conservación de la energía que implica la conversión de la energía potencial en cinética y viceversa.Así $mv_f^2/2=mgh$, en la bajada, mientras que en la subida posterior $mv_0^2/2=mgh/2$. Dividiendo ambas ecuaciones, nos justifica que $\frac{v_f^2}{v_0^2}=2$; $v_f=v_0\sqrt{2}$; esto es la solución b.

1.4.4.* Si lanzas verticalmente hacia arriba un móvil con una velocidad inicial de 40 m/s, al cabo de 7s podrás afirmar que:

a) SUS VECTORES VELOCIDAD Y ACELERACIÓN CAMBIARON DE SENTIDO
b) EL MÓVIL SUBE CON UNA VELOCIDAD DE 30 m/s
c) EL MÓVIL BAJA CON UNA VELOCIDAD DE 30 m/s
d) SU VECTOR ACELERACIÓN CAMBIÓ DE SENTIDO, NO ASÍ SU VELOCIDAD
e) SU VECTOR VELOCIDAD CAMBIÓ DE SENTIDO, NO ASÍ SU ACELERACIÓN

SOL:
Si determinamos el instante en el que el móvil comienza su trayectoria descendente, podremos excluir algunas soluciones, dado que a a partir de ese instante los vectores **v** y **a** = **g**, tienen el mismo sentido. Así $0=v_0-gt=40-10t$,$t=4s$. Por lo tanto sube durante 4s y desciende en otros 4. Es evidente que a los 7s ,el **v** cambió de sentido,y no **a**, que se mantiene constante, lo que invalida la respuesta a,y confirma la e. En ese instante, el móvil deberá bajar con una velocidad :
$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0-\mathbf{g}t=(40-10.7)\mathbf{j} = -30\mathbf{j}$ m/s, que corresponde también a la solución c.

1.4.5. Desde determinada altura H, se deja caer un cuerpo desde el reposo y simultáneamente se lanza hacia arriba, con una velocidad incial V_0, un cuerpo 10 veces mayor que el primero. Suponiendo que no existe rozamiento, el tiempo que tardan en encontrarse será en segundos de:

a) $H/2V_0$ b) $10H/V_0$ c) H/V_0
d) $H/10V_0$ e) NADA DE LO DICHO

SOL:
Al no existir rozamiento, la masa no afecta al movimiento,por lo que resolveremos el sistema de ecuaciones,tomando como sistema de referencia,el punto de lanzamiento,y suponiendo que el encuentro se realiza a una distancia x del punto H.
$x=gt^2/2$ (I) y $H\_x=v_0t-gt^2/2$ (II).
Sustituyendo x en (II),$H=v_0t$ y por lo tanto $t=H/v_0$, que confirma la solución c.

1.4.6. Si una esfera que se mueve por una mesa de altura H, con una velocidad V_0, cae al suelo a una distancia X de la vertical de la mesa, la relación entre X y H será:

a) $H=\frac{gX^2}{V_0^2}$ b) $H=\frac{gX^2}{2V_0^2}$ c) $H=\frac{gH^2}{V_0^2}$
d) $X=\frac{2gH^2}{V_0^2}$ e) NINGUNA DE LAS DADAS

SOL:
Tomando como origen del referencial,el punto desde donde cae la esfera,la relación se obtiene eliminado t, de las ecuaciones, : $X=v_0t$ (I); $H=gt^2/2$ (II). Al despejar t en (I), y llevarla a (II),se obtiene :
$H=\frac{gX^2}{2V_0^2}\quad(III)$, que coincide con la respuesta b.

1.4.7. Si calculas la velocidad inicial con que rueda por una mesa de altura H, sobre el suelo, una esfera que al caer desde aquella al mismo, lo alcanza a una distancia de la vertical de la mesa igual a H, dirás que valdrá en m/s:

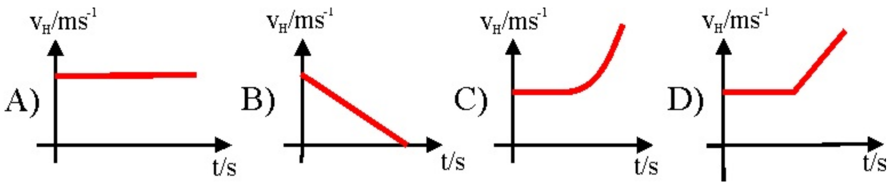
a) $\sqrt{gH}$ b) $\sqrt{2gH}$ c) $\frac{\sqrt{gH}}{2}$

d) $\frac{\sqrt{gH}}{4}$ e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Partiendo de la ecuación que relaciona la altura con la distancia horizontal X tenemos : $H = \frac{gX^2}{2v_0^2}$, y al sustituir X=H y simplificar, nos queda : $v_0 = \frac{\sqrt{gH}}{2}$, que corresponde a respuesta c .

1.4.8. Si una esfera que rueda por una mesa con una determinada velocidad, cae al suelo, la gráfica de la variación de su velocidad horizontal con el tiempo será de todas las dadas, la:

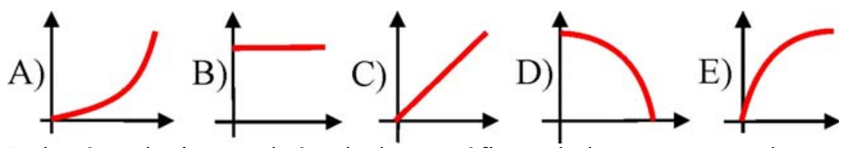


a) A b) B c) C d) D e) NINGUNA

SOL:

Es evidente que al no actuar sobre la componente horizontal de la velocidad ninguna fuerza, aquella se mantiene constante, por lo que la única gráfica que así lo representa será la a.

1.4.9. Los gráficos dados corresponden al estudio del movimiento de caída de un cuerpo lanzado horizontalmente en el campo gravitatorio terrestre desde una altura H, en un referencial situado en el suelo y sin tener en cuenta el rozamiento.



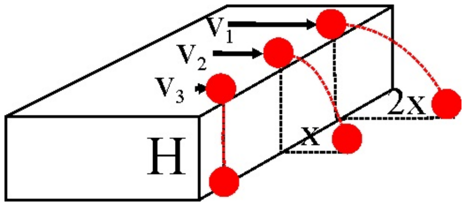
Deberás relacionar algún de los gráficos dados representados por una letra, con la variación de una determinada magnitud de su movimiento:

A	1)x/t
B	2)y/t
C	3)v_x/t
D	4)v_y/t
E	5) x/y

SOL:

Todo cuerpo en estas condiciones, cumplirá que $x=V_xt$(I), ec de una recta. C-3. Como V_x=cte (II) , B-3. Si $y=H-gt^2/2$ (III), D-2. $V_y=-gt$ (IV).

Como $y=H-gx^2/2\cdot V_x^2$(V). D-5 . E y 4 no se pueden relacionar.



1.4.10

1.4.10.* En el dibujo de la figura puedes observar 3 esferas iguales que caen desde la misma altura, impulsadas por velocidades diferentes, llegando al suelo al cabo de unos tiempos respectivos t_1, t_2 y t_3, y a unas distancias 2X, X y 0. De aquellas podrás afirmar que:

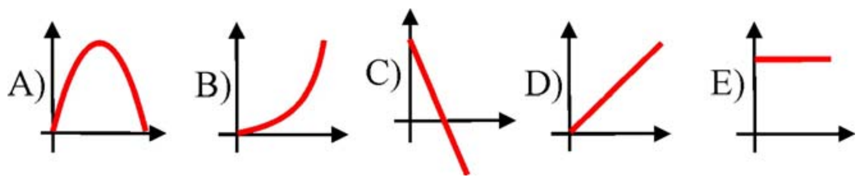
a) $V_1=2V_2>V_3$ b) $V_1>2V_2>V_3$ c) $V_1<2V_2>V_3$
d) $t_1>t_2>t_3$ e) $t_1=t_2=t_3$

SOL:
Se deberá partir de las ecuaciones de 1.4.6. $X=V_xt$(I), $H=gt^2/2$(II). Despejando V_x en (I), y sustituyendo en dicha ecuación, el valor de t, calculado en II, tendremos que:

$$V_x = \frac{X}{\sqrt{2H/g}}$$

cuyo denominador es constante K. Así $V_x=X/K$. De lo que se deducirá que $V_1=2V_2$, y $V_3=0$, que corresponde a la solución a, excluyendo por lo tanto las b y c.Puesto que el tiempo, según (II), es el mismo para las 3 caídas, también será correcta la e , excluyéndose la d.

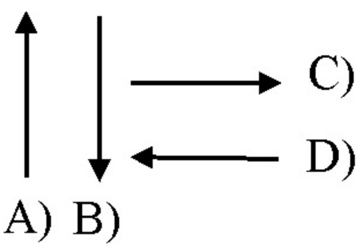
1.4.11. Los gráficos dados corresponden al movimiento de un cuerpo lanzado oblicuamente desde el suelo y hacia arriba en el campo gravitatorio terreste, en un referencial situado en el suelo y sin rozamiento.



Deberás relacionar cada gráfico representado por una letra, con la variación de la magnitud dada, que le corresponda:

a) A b) B c) C d)D e) E
1) x/t 2) y/ t 3) v_x/t 4) v_y/t 5) x/y

SOL:
Si se supone que se lanza hacia arriba formando cierto ángulo con la horizontal, las ecuaciones que determinan el movimiento serán: $x=v_xt$ (I): D-3.
Como v_x= cte.(II): E-3. Como $y=v_{0y}t-gt^2/2$ (III): A-2.
Si $v_y=v_{0y}-gt$ (IV): C-4. Despejando t en (I), y llevándola a (III), nos da $y = \frac{v_{oY}.x}{v_x} - \frac{gx^2}{2v_x^2}$ (V): A-5



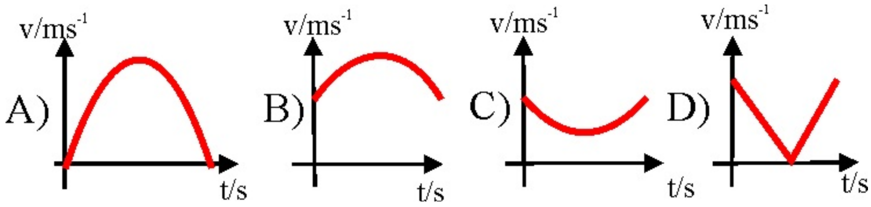
1.4.12

1.4.12. Si se lanza un proyectil con un determinado ángulo y velocidad inicial, el vector de los dados que mejor representa la velocidad de dicho proyectil en el punto más alto de su trayectoria, es el:

a) A b) B c) C d) D
e) NINGUNO DE LOS DADOS

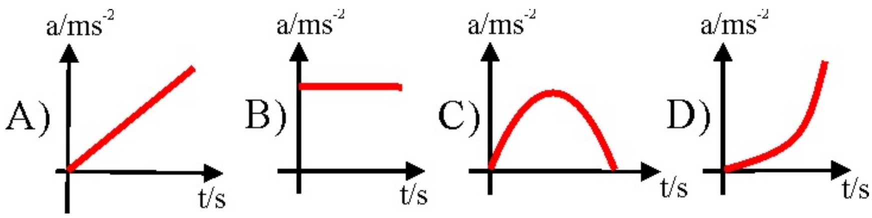
SOL:
En el punto más alto de la trayectoria $v_y=0$, de forma que sólo existe v_x. Por lo tanto el único vector que así lo indica es el c.

1.4.13. Cuando se lanza un proyectil con un determinado ángulo y velocidad inicial, en el campo gravitatorio terrestre, sin considerar el rozamiento, la gráfica módulo de v respecto a t que mejor representa la variación de su velocidad, de todas las dadas, será la:



a) A b) B c) C
d) D e) NINGUNA

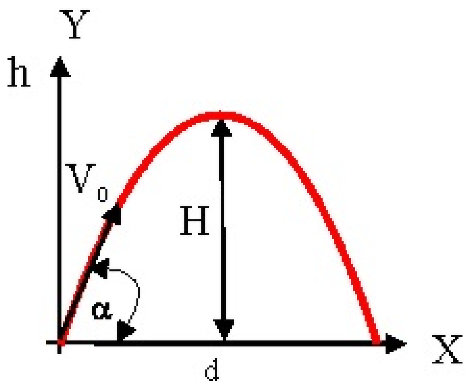
Y la que mejor representa la variación de su aceleración, de todas las dadas será la:



a) A b) B c) C
d) D e) NINGUNA

SOL:
Aplicando las ecuaciones $V_x = V_0 \cos\alpha$ y $V_y = V_0 sen\alpha - gt$ teniendo en cuenta que el módulo de v es la raíz cuadrada de sus componentes al cuadrado $|\vec{v}| = \sqrt{\left[(v_0 \cos\alpha)^2 + (v_0 sen\alpha - gt)^2\right]}$. La función a representar es del tipo y=raíz cuadrada de la ecuación de una parábola Ax^2-Bx+C. La única gráfica que representa dicha variación,es la c en la primera serie de gráficas.

Puesto que a=g = constante, y tomando su valor modular, la gráfica que lo representa será la b, en la segunda serie de gráficas.



1.4.14

1.4.14. Si un proyectil lanzado con una determinada velocidad inicial $\mathbf{V}_0$, y un ángulo α, con la horizontal, después de alcanzar una altura máxima H, llega al suelo a una distancia d del punto de lanzamiento, podrás decir que:

a) d AUMENTA A MEDIDA QUE LO HACE α

b) A LA ALTURA H , $V \neq 0, y\ a \neq 0$

c) A LA ALTURA H, $V = 0, y\ a \neq 0$

d) EN d, $V = V_0$

e) EN H, $V \neq 0, y\ a = 0$

SOL:

Las ecuaciones que determinan la posición de d, y de H, serán:

$x = V_0 \cos\alpha\ t \quad (I), \quad V_x = V_0 \cos\alpha \quad (II)$

$y = V_0 sen\alpha\ t - \frac{gt^2}{2} \quad (III)$ y $V_y = V_0 sen\alpha - gt \quad (IV)$

En su altura máxima H, V_y=0 y $V = V_x = V_0 \cos\alpha$, a=g=constante, lo cual invalida las soluciones c y e, confirmando la b. En las condiciones citadas, aplicadas a (IV),

$t = \frac{V_0 sen\alpha}{g} \quad (V)$ que duplicado (tiempo total=tiempo de subida+ tiempo de bajada) $t.total = \frac{2V_0 sen\alpha}{g} \quad (VI)$ y llevado (I), nos da :

$x = \frac{2V_0^2 \cos\alpha\ sen\alpha}{g} = d = \frac{V_0^2\ sen2\alpha}{g} \quad (VII)$

Como $0 < \alpha < 90°$ " , observamos que d será máximo para $\alpha = 45°$, disminuyendo para $\alpha > 45°$, lo que invalida la solución a. En d, la velocidad final $\vec{V} = V_0 \cos\alpha \vec{i} + (V_0 sen\alpha - gt)\vec{j} \quad (VIII)$, donde al sustituir (VI), $\vec{V} = V_0 \cos\alpha \vec{i} + (V_0 sen\alpha)\vec{j} \quad (IX)$, que no corresponde a la solución d.

1.4.15. Si un proyectil se lanza con un determinado ángulo α con la horizontal y velocidad inicial V_0, el punto más alto de su trayectoria tendrá por coordenadas X,Y respecto al punto de lanzamiento:

a) $X = \frac{V_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{2g} \qquad Y = \frac{V_0^2}{2g\ sen^2\alpha}$

b) $X = \frac{V_0^2 sen2\alpha}{2g} \qquad Y = \frac{V_0^2 sen^2\alpha}{2g}$

c) $X = \frac{2V_0^2 \cos 2\alpha}{g} \qquad Y = \frac{V_0 \tan\alpha}{2g}$

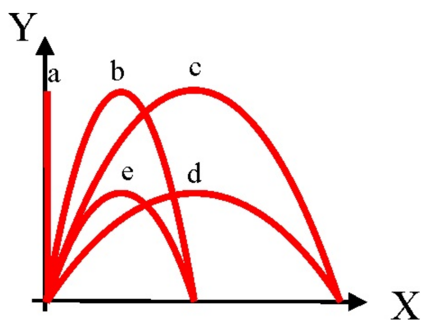
d) $X = \frac{V_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{g} \qquad Y = \frac{2V_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{g}$

SOL:

Aplicando lo dicho en 1.4.14., y puesto que $t = \frac{V_0 sen\alpha}{g}$, al sustituir en $x = V_0 \cos\alpha\ t$ y $y = V_0 sen\alpha\ t - \frac{gt^2}{2}$. Da lugar a $X = \frac{V_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{V_0^2 sen2\alpha}{2g} \quad (I)$, $Y = \frac{V_0^2 sen^2\alpha}{2g} \quad (II)$, que corresponde la respuesta b.

1.4.16. Examinando las trayectorias de cinco objetos iguales lanzados hacia arriba en el mismo plano vertical y sin rozamiento, podrás decir que la que corresponde al móvil lanzado con un módulo de su velocidad inicial mayor, será la:

a) A b) B c) C d) D e) E



1.4.16

SOL:

Debemos tener en cuenta que según lo expresado en el dibujo:

$\alpha_a = 90°; \quad \alpha_b = 60°; \quad \alpha_c = \alpha_e = 45°; \quad \alpha_d = 30°$

Considerando las fórmulas del alcance máximo $X = \dfrac{V_0^2 sen\, 2\alpha}{g}$ y de la altura máxima $H = \dfrac{V_0^2 sen^2\, \alpha}{2g}$ vistas en cuestiones anteriores

Se tiene que la altura máxima de a, b y c, es la misma y por lo tanto:

$$H = \frac{V_{0a}^2 sen^2\, \alpha_a}{2g} = \frac{V_{0b}^2 sen^2\, \alpha_b}{2g} = \frac{V_{0c}^2 sen^2\, \alpha_c}{2g} \qquad \text{como}$$

$$sen^2 \alpha_a > sen^2 \alpha_b > sen^2 \alpha_c \qquad \left|\vec{V}_{0c}\right| > \left|\vec{V}_{0b}\right| > \left|\vec{V}_{oa}\right|$$

El alcance de c y d es el mismo y el doble que b y e por lo tanto aplicando la fórmula del alcance máximo

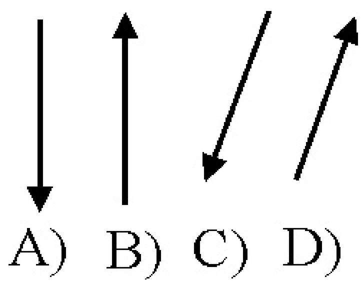
$\dfrac{V_{0c}^2 sen 2\alpha_c}{g} = \dfrac{V_{0d}^2 sen 2\alpha_d}{g}$ y como $sen 2\alpha_c > sen 2\alpha_d$; $\left|\vec{V}_{0d}\right| > \left|\vec{V}_{0c}\right|$

Si ahora comparamos b y e:

$\dfrac{V_{0b}^2 sen^2\, \alpha_b}{g} = \dfrac{V_{0e}^2 sen^2\, \alpha_e}{g}$ y como $sen\, \alpha_b > sen\, \alpha_e$, $\left|\vec{V}_{0e}\right| < \left|\vec{V}_{0b}\right|$.

Por eso el mayor módulo de la velocidad será $\left|\vec{V}_{0d}\right|$ y la respuesta correcta es la d.

1.4.17. Si se lanza un proyectil con una determinada velocidad inicial formando un determinado ángulo de $60°$ con la horizontal, y despreciando la resistencia del aire, el vector que mejor nos da la diferencia entre el vector velocidad en el punto mas alto de su trayectoria y la velocidad en el instante de lanzamiento, es de todos los dados el: a) a b) b c) c d) d



1.4.17

SOL:

En el punto más alto de su trayectoria, el móvil sólo lleva $\vec{V} = V_0 \cos 60° \vec{i}$,y la diferencia entre un vector horizontal y $\vec{V} = V_0 \cos 60° \vec{i} + (V_0 sen 60°)\vec{j}$, nos da un vector diferencia $= -(V_0 sen 60°)\vec{j}$ corresponde a la solución a.

1.4.18. Cuando lanzas un proyectil oblicuamente formando un ángulo α con la horizontal y con velocidad inicial V_0, éste deberá llegar al suelo supuesto en la misma horizontal, en un punto que tendrá por coordenadas (X,Y), referidas al punto de lanzamiento como origen:

a) $X = \dfrac{V_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{g}$ Y=0

b) $X = \dfrac{2V_0^2 \cos 2\alpha}{g}$ Y=0

c) $X = \dfrac{V_0^2 sen 2\alpha}{g}$ Y=0

d) $X = \dfrac{V_0^2 sen\alpha \cos\alpha}{2g}$ Y=0

e) NADA DE LO DICHO

1.4.18.1. Siendo el valor de α en grados para que su altura fuera máxima:

a) 30 b) 45 c) 60 d) 90

e) NADA DE LO DICHO

1.4.18.2. Y para que su alcance fuera máximo:

a) 30 b) 45 c) 60 d) 90

e) NADA DE LO DICHO

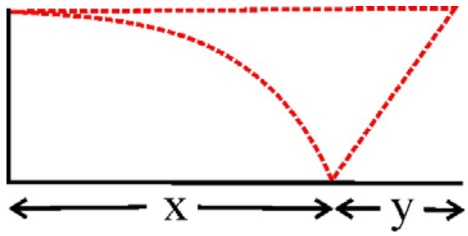
SOL:

Considerando la fórmula demostrada en 1.4.14 (VII),para el alcance máximo, $x = \dfrac{2V_0^2 \cos\alpha\ sen\alpha}{g} = d = \dfrac{V_0^2\ sen2\alpha}{g}$ (VII),e y=0.

Por ello, la solución correcta en la primera serie de propuestas, es la c.

Aplicando las fórmulas 1.4.15(II), $Y = \dfrac{V_0^2 sen^2\alpha}{2g}$ (II), en el segundo caso, el $sen^2\alpha = 1$,si el ángulo es de 90□,y la solución correcta sería la d.

En el tercero, se aplicará la fórmula del 1.4.14.(VII), con la condición que $sen2\alpha = 1$(valor máximo), lo cual presupone que $2\alpha = 90°; \alpha = 45°$, haciendo correcta la propuesta b.



1.4.19

1.4.19. Si un avión que vuela a 2000 m de altura y con una velocidad constante en su vuelo horizontal de 300 m/s, lanza una bomba, podrán oir la explosión de dicha bomba desde el avión, en un lugar que dista de la posición de lanzamiento, una distancia d en metros tal que:

a) 7000<d<8000 b) 8000<d<9000 c) 6000<d<7000
d) 9000<d<10000 e) NADA DE LO DICHO

Velocidad del Sonido= 340 m/s

SOL:

Según el esquema adjunto, una vez lanzada la bomba,alcanza el suelo a una distancia x de la vertical del lanzamiento, explosiona y las ondas sonoras se propagan hasta la posición del avión que sigue en movimiento rectilíneo hasta ese instante:

x=300t(I), $2000=gt^2/2$, tomando $g=10m/s^2$, $t_1=20s$.

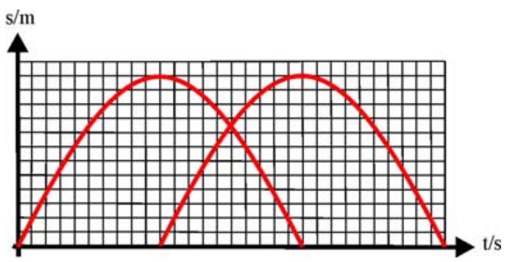
Al sustituir este valor en (I), nos dará la posición de P(6000,0).

Dado que el sonido se propaga con M.U., la distancia recorrida $d=\sqrt{(2000^2+y^2)}=340t_2$

pero los pasajeros en el avión, han recorrido en ese tiempo, según el dibujo, $y=300t_2$.

Elevando al cuadrado y sustituyendo; $2000^2+300^2t_2^2=340^2t_2^2$, que nos da $t_2=12{,}5s$; y=300·12,5=3750m.

Como AB = x+y , la distancia total AB,sería 6000+3750= 9750m.y por lo tanto la solución válida es d.



1.4.20

1.4.20. Si lanzas verticalmente hacia arriba un objeto con una velocidad inicial v y v/g segundos más tarde lanzas otro con la misma velocidad, si no tienes en cuenta el rozamiento del aire, dirás que ambos se encuentran:

a) A LAS 3/4 PARTES DE LA ALTURA MÁXIMA ALCANZADA
b) AL LLEGAR AL SUELO
c) A LOS $V^2/2g$ SEGUNDOS DE LANZAR EL PRIMER CUERPO
d) A LOS $V^2/4g$ SEGUNDOS DE LANZAR EL SEGUNDO OBJETO
e) A LA CUARTA PARTE DEL RECORRIDO QUE DEBERIA REALIZAR EL SEGUNDO OBJETO

SOL:

Gráficamente en un diagrama s/t, se aprecia el punto de encuentro entre los dos objetos. Analíticamente se obtiene resolviendo el sistema de las ecuaciones del movimiento de los objetos. El primero: $h=vt-gt^2/2$ (I).

El segundo: $h=v(t-v/g)-(g/2)(t-v/g)^2$(II).

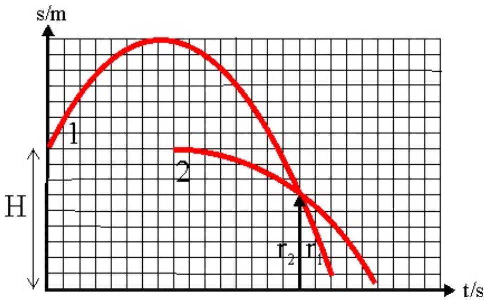
Igualando y simplificando, t=3v/2g, que llevada a (I), $h=3v^2/8g$(III). Como la altura máxima $H=v^2/2g$ (IV), dividiendo (IV)/(III) = 4/3.

Por lo tanto h=3H/4, que corrobora la respuesta a y elimina la b.

Como se ha visto, el encuentro se produce a los 3v/2g segundos del lanzamiento del primer objeto y por lo tanto a (3v/2g)-(v/g) = v/2g del del segundo.

Las soluciones c y d, no son válidas y tampoco corresponderían a la magnitud tiempo sino a longitudes.

El recorrido a efectuar por el segundo objeto es $v^2/2g$,como el encuentro tiene lugar a $h=3v^2/8g$, no corresponde a la cuarta parte de aquél,invalidando la respuesta e.



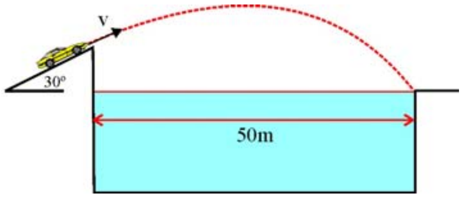
1.4.21. Si, situado en un extremo de la terraza de un alto edificio, lanzas verticalmente hacia arriba un objeto, con una velocidad cuyo valor numérico es el triple del de g, y 4 segundos más tarde dejas caer otro, sin velocidad inicial desde el mismo sitio, ambos objetos se encontrarán al cabo de un tiempo t del primer lanzamiento de:

a) 4s b) 8s c) 10s d) 2s

SOL:

Resolvemos las ecuaciones del movimiento tomando como origen del sistema de referencia el suelo. El objeto 1 se lanza con v_0=3g, desde una altura H, por lo que su ecuación horaria será $r_1=H+3gt- gt^2/2$. El objeto 2, se deja caer desde H, 4 segundos mas tarde , por lo que su ecuación horaria será: $r_2=H-g(t-4)^2/2$.Las gráficas de los movimientos corresponden a la figura

Igualando las dos ecuaciones y resolviendo, t=8s, que confirma la propuesta b.



1.4.22

1.4.22.* Si un "coche fantástico" asciende por una rampa inclinada $30°$, y cuando está a 4 metros sobre el nivel del suelo "vuela" a fin de salvar un rio de 50 metros de ancho, para alcanzar la orilla sin "mojarse", deberá ser impulsado por el turbo antes del "vuelo", con una velocidad de salida de:

a) 30 m/s b) 126 km/h c) 22,5 m/s

d) 81 km/h e)NADA DE LO DICHO

SOL:

Determinamos la ecuación de la trayectoria del coche fantástico, situado en (0,4) a partir de la descomposición de movimientos:

$$x = v\cos 30°\, t \quad (I), \quad y = y_0 + v sen 30°\, t - \frac{gt^2}{2} \quad (II)$$

Despejando t en (I),y sustituyendo en (II) ;

$$y = 4 + x\tan 30° - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2 30°} \quad (III)$$

Cuando alcanza la orilla opuesta , posición (50,0), la ecuación (III),queda:

$0 = 4 + 50.\,0{,}58 - \frac{50000}{3v^2}$; v=22,5 m/s=81 km/h, que confirma la soluciones c y d

1.4.23. Un bombero desea apagar el fuego en una casa, y para ello deberá introducir agua por una ventana situada a 10 metros de altura. Si sujeta la manguera a 1 metro del suelo, apuntándola con un ángulo de $45°$, sobre la pared de cuya fachada dista 15m. Para ello, el módulo de la velocidad que debe comunicarle al agua la bomba de presión, será en m/s,aproximadamente:

a) 10 b) 19 c) 23

d) 30 e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

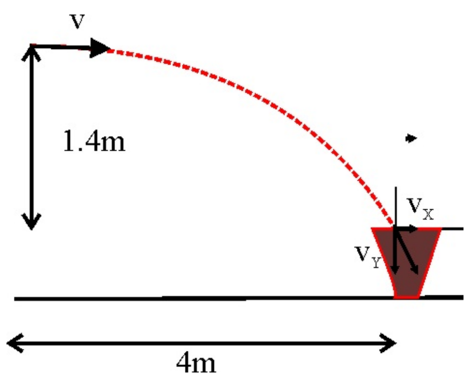
SOL:

Resolviendo a partir de las ecuaciones 1.4.22 (I) y (II) ,y despejando t en (I),y sustituyendo en (II) obtenemos la trayectoria:

$$y = y_0 + x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2v^2\cos^2\alpha} \quad (III)$$

Reemplazando los valores dados en (III), $10=1+15-225\cdot 9{,}8/v^2$.

De lo que v=19,1 m/s, que coincide con la respuesta b



1.4.24

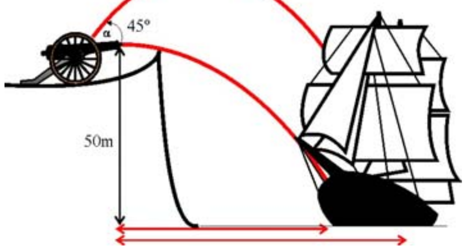
1.4.24.* Un alumno que se prepara para entrar en la universidad, pensando que está en el recreo, y congratulándose de su buena forma, intenta encestar en la papelera, las arrugadas notas que tomó en la clase anterior. Teniendo en cuenta que está sentado a 4m de aquella, y que la altura de su brazo estirado y vertical, sobre el nivel del borde de la papelera es de 1,4 metros, para así intentar superar la cabeza de su compañera de delante, podrás decir que:

a) LA TRAYECTORIA QUE SEGUIRÍAN LOS APUNTES SERÍA UNA RAMA DE PARÁBOLA
b) LA VELOCIDAD CON QUE DEBERÍA LANZAR LOS PAPELES PARA ACERTAR EN LA PAPELERA SERÍA DE 7,56 m/s
c) LA VELOCIDAD CON QUE INCIDIRÁN LOS APUNTES EN LA PAPELERA TIENE POR MÓDULO 9,2 m/s
d) EL ÁNGULO CON QUE INCIDEN LOS PAPELES, CON LA HORIZONTAL ES DE CERCA DE – 30°
e) EL VECTOR VELOCIDAD FINAL DE LOS PAPELES ES 7,56**i**-5,3**j** m/s

SOL:
Suponemos un lanzamiento horizontal.Si determinamos la ecuación de la trayectoria con, $x=vt$(I), $y=y_0-gt^2/2$(II), tenemos que $y=y_0-gx^2/2v^2$, que corresponde a una parábola, como se propone en a.
Tomando como origen del sistema de referencia un punto situado 1,4m debajo del de lanzamiento, y sustituyendo en la ecuación de la trayectoria los valores conocidos, para la situación final de los apuntes, $0=1{,}4-g\cdot 16/2v^2$;($g=10m/s^2$), $v=7{,}56m/s$, que corresponde a la componente $\mathbf{v}_x=7{,}56\mathbf{i}$ m/s, y llevada a (I), t=0,53s.
Como $\mathbf{v}_y= -gt\mathbf{j} = -5{,}30\ \mathbf{j}$ m/s.
El módulo de **v**, será $\sqrt{\left[7{,}56^2+(-5{,}3)^2\right]}=9{,}23m/s$
La determinación del ángulo con el que inciden los apuntes, se efectúa a partir de tangente del ángulo que forman las componentes vectoriales de la velocidad vy/vx (véase el dibujo) =-5,30/7,56. Lo que implica un ángulo de -35º, por lo que se puede considerar correcta la propuesta d.
Por lo tanto las soluciones correctas serán a,c,d y e .

1.4.25.* Hace tan sólo unos años era bastante corriente ver en televisión películas de piratas. En ellas el barco del capitán (el pirata "bueno de película") era bombardeado por los cañones de los fuertes que guardaban el palacio del gobernador de la isla. Los cañones estaban situados en el acantilado, a 50 metros sobre el nivel del mar. El capitán pirata después de examinar con el catalejo y suponer que la velocidad de salida de las balas es de 50 m/s, dice a su contramaestre:

a) LAS BALAS NO NOS DARÁN SI NOS MANTENEMOS A 300 m DE LA COSTA
   El contramaestre le responde:
b) TAMPOCO LO HARÍAN SI ESTUVIERAMOS A 170 m
   El capitán agrega:
c) COMO LOS CAÑONES NO PUEDEN INCLINARSE NI MAS DE 45° NI MENOS DE 0° Y TARDAN EN CARGARSE 5 MINUTOS, YO CREO QUE NI AUNQUE FUERAMOS CAMINANDO NOS DARÍAN
d) SEGURO QUE NOS HUNDEN (contesta el contramaestre)
   Te tocará dirimir quién tiene razón y quién no.

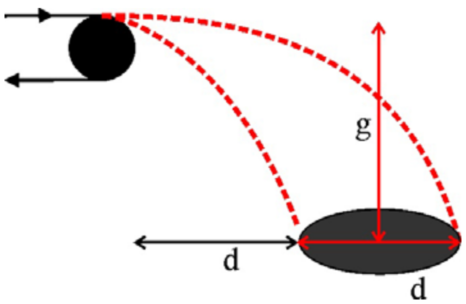


1.4.25

SOL:
La ecuación del desplazamiento vertical de las balas de cañón,en las condiciones dadas,será la 1.4.22 (II);$y=y_0+v_0t-gt^2/2$,que para $g=10m/s^2$, nos proporciona $y=50+35,4t-5t^2$. Para y=0, t=8,3s.
Ello supone que el alcance máximo será de x=35,4·8,3= 293,8m, mientras que el mínimo, para $\alpha = 0°$; $0=50-5t^2$,t=3,16s , lo que supone x=50·3,16=158,0m .
Por lo tanto existe una zona de blanco de 293,8-158 =135,8m que para no ser alcanzado deberá recorrer el barco en menos de 5 minutos, tiempo de recarga del cañón, lo que implica que su velocidad, suponiendo un movimiento uniforme, v=0,1358/(5/60)=1,63 km/h, tendrá que ser mayor que este valor, y fácilmente conseguible, ya que una persona andando con velocidad de paseo recorre 5km en una hora.
Por todo ello podremos asegurar que el capitán tendrá siempre la razón.

1.4.26. En una cinta de transporte de mineral que se mueve con una velocidad uniforme v, situada a una altura h, numéricamente igual a g, sobre la boca de una tolva, con un diámetro d, cuyo centro dista del borde de la cinta, una distancia horizontal 3d/2. Para que el mineral caiga dentro, tendrás que decir que v numéricamente deberá ser:

a) 0,35d<v>d b) 0,7d<v<1,4d c) 3,5d>v>d d) 1,4d>v>d

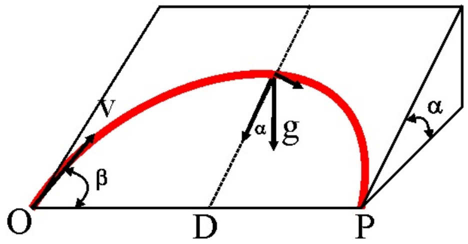


1.4.26

SOL:
Según el esquema de la figura, el campo de caída del mineral deberá estar entre 2d de la vertical de caída y d. Tomando un sistema de referencia centrado al nivel de la tolva, en la vertical de la cinta, para una velocidad máxima el mineral deberá caer en (2d,0), para la mínima en (d,0).
Si en la ecuación de la trayectoria,semejante a la de un lanzamiento horizontal : $y=y_0-gx^2/2v^2$, sustituimos los valores conocidos, $0=g-gx^2/2v^2$, $v = x/\sqrt{2} \quad (I)$.
A partir de(I), reemplazando x, obtendremos los valores de v máxima y mínima. $v_M = 2d/\sqrt{2} = 1,4d$, mientras que la mínima $v_m = d/\sqrt{2} = 0,7d$, que corresponde a la solución b.

1.4.27. En el esquema de la figura, la relación entre el seno de 2β al seno de α, del sistema para que la esfera que rueda sin rozamiento, lanzada desde O con velocidad v, alcance P, situado a una distancia D, es de:

a) $Dg/2v^2$ b) g/Dv^2 c) Dg/v^2
d) $2D/gv^2$ e) NADA DE LO DICHO



1.4.27

SOL:
Resolviendo el problema descomponiendo v y g en componentes en un sistema de ejes sobre el plano inclinado y aplicando las ecuaciones del movimiento ya estudiadas, tendremos

$v_x = v\cos\beta$ (MU, puesto que no hay rozamiento) y $x = v\cos\beta\, t \quad (I)$

Al descomponer g, la que actúa hacia OP, será $g\,sen\alpha$, que afecta al movimiento sobre el eje Y.

$$y = Vsen\beta\, t - \frac{g\,sen\alpha\, t^2}{2} \quad (II)$$

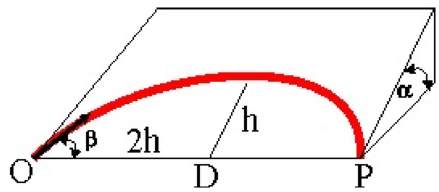
En el punto P(D,0), sustituyendo el valor de t de (I),en (II), dará:

$$0 = \frac{v.sen\beta\, D}{v.\cos\beta} - \frac{g.sen\alpha\, D^2}{2v^2\cos^2\beta}$$

Simplificando tenemos que $\frac{sen2\beta}{sen\alpha} = \frac{g\,D}{v^2}$, que corresponde a la respuesta c.

1.4.28. En el laboratorio de mecánica se puede montar un juego muy divertido con canicas, tal como te indica el montaje de la figura. Se trata de meterla por una abertura situada a una altura h, mitad de la distancia horizontal al punto de lanzamiento. Se supone que no hay rozamiento, y que el ángulo de lanzamiento β, es doble del de inclinación del plano, α de $30°$. En estas condiciones el cuadrado del módulo de la velocidad de lanzamiento deberá ser:

a) 2hg b) 1,6hg c) 5,5hg d)hg



1.4.28

SOL:
Operando como en la cuestión anterior. El punto que debe sobrepasar tiene por coordenadas (2h,h), ya que h es la mitad de x,que al sustituir en 1.4.27 (I) $x = v\cos\beta\, t \quad (I)$,

y despejar el tiempo de $2h = v\cos\beta\, t$, en la 1.4.27(II),

$$y = Vsen\beta\, t - \frac{g\,sen\alpha\, t^2}{2} \quad (II)$$,

tenemos que: $h = 2h\tan\beta - \frac{gsen\alpha\, 4h^2}{2v^2\cos^2\beta}$

que simplificando y sustituyendo, como $\alpha = 30°$ y $\beta = 60°$;

$1 = 2\sqrt{3} - \frac{4gh}{v^2}$; $v^2 = \frac{4gh}{2{,}46} = 1{,}6hg$ que correspondería a la respuesta b.

1.4.29.Si lanzaras una piedra hacia arriba con un cierto ángulo de forma que en el punto más alto de su trayectoria el radio de curvatura fuera doble de la altura máxima, el ángulo de lanzamiento con la horizontal, sería de :

a) 90° b) 63° c) 45°

d) 30° e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

SOL:

En el punto más alto de la trayectoria, la aceleración g es perpendicular a la tangente,y hacia el centro de curvatura, siendo una aceleración normal, g=v^2/R(I), siendo R el radio de curvatura.

Por otra parte, en esa situación, $h = \frac{v_0^2 sen^2 \alpha}{2g}$ (II) y $v_0 \cos\alpha$ es la única velocidad existente para h máxima.

Por lo tanto al sustituir en (I), $g = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{R}$ y $R = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}$ (III)

Como R=2h, sustituyendo (II) y (III), nos da :

$$\frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = \frac{2v_0 sen^2\alpha}{2g}$$

Simplificando, $\tan^2 \alpha = 1;$ $\alpha = 45°$, que comprueba la respuesta c.