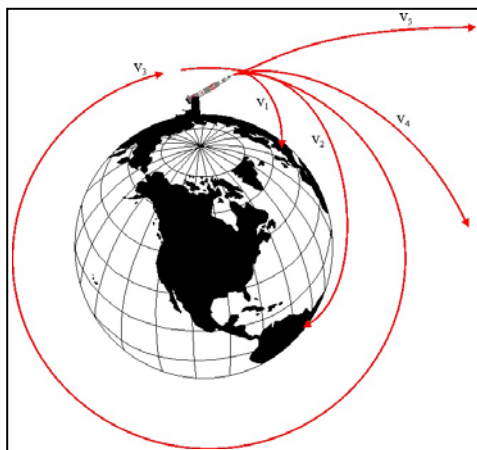


Campo gravitatorio 6



101. En el esquema de la figura, se presentan una serie de trayectorias que realiza un cuerpo lanzado desde la Tierra con una determinada velocidad v . De las dadas pondrás asegurar que :

- a) $v_2 < v_1$
- b) v_3 ES LA VELOCIDAD CARACTERÍSTICA
- c) v_4 ES LA 3ª VELOCIDAD CÓSMICA
- d) v_5 ES LA VELOCIDAD DE ESCAPE

SOL:

Según lo explicado en test anteriores la 3ª v. cósmica $> 2^a$ v. cósmica $> 1^a$ v. cósmica, y cuanto mayor sea la velocidad más se desvía de la órbita o de su trayectoria, por lo tanto v_5 será la 3ª velocidad cósmica, v_4 , la segunda, y v_3 la primera o velocidad característica, por otra parte $v_2 > v_1$. Sólo es correcta la propuesta b.

102. En la novela de Julio Verne, “De la Tierra a la Luna”, se explica que para poder llegar a la Luna, la bala de cañón debería llevar una velocidad mínima de 12.000 yardas por segundo, dato corroborado por los astrónomos del observatorio de Cambridge en aquella época. Teniendo en cuenta que una yarda equivale a 0,91m dirás que:

- a) NUNCA ESCAPARÍA DEL CAMPO TERRESTRE
- b) QUEDARÍA EN UNA ÓRBITA RASANTE
- c) MANTENDRÍA UNA TRAYECTORIA HIPERBÓLICA
- d) PODRÍA LLEGAR A LA LUNA

DATO: $GM = 3,99 \cdot 10^{14} \text{ uS.I.}$, $R_{\text{TIERRA}} = 6370 \text{ kilómetros}$.

SOL:

La velocidad propuesta es de $12000 \frac{\text{yard}}{\text{s}} \cdot \frac{0,91\text{m}}{\text{yard}} = 10920 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Con esta velocidad llegaría alcanzar una altura H , tal que

$$-G \frac{Mm}{R} + \frac{1}{2} m v_c^2 = -G \frac{Mm}{R+H}. \text{ Simplificando y multiplicando por 2, } v = \sqrt{2GM \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+H} \right)} = 10920 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+H} \right) = 1,49 \cdot 10^{-7}; \left(\frac{1}{6,37 \cdot 10^6} - \frac{1}{6,37 \cdot 10^6 + H} \right) = 1,49 \cdot 10^{-7}; 7,99 \cdot 10^{-9} = \frac{1}{6,37 \cdot 10^6 + H};$$

$5,09 \cdot 10^{-2} + 7,99 \cdot 10^{-9} H = 1$; $H = 1,18 \cdot 10^8 \text{ m}$. Ahora bien, el punto neutro P , donde se equilibran las atracciones, está a 9/10 de distancia de la Tierra, o sea a $0,9 \cdot 3,844 \cdot 10^8 \text{ m} = 3,46 \cdot 10^8 \text{ m}$, por lo tanto no llegarían al punto neutro, por lo que no alcanzarían la Luna, ni llegarían al punto de ingravidez que relata la novela.

Para una órbita rasante $v_L = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{3,99 \cdot 10^{14}}{6,37 \cdot 10^6}} = 7913 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Con la velocidad dada, alcanzaría una órbita un poco más alejada que la rasante.

103. Admitiendo como simplificación que la Luna gira alrededor de la Tierra en una órbita circular, con módulo de su velocidad constante y periodo de 28 días podrás asegurar que el trabajo efectuado en un día es:

- a) IGUAL AL AUMENTO DE ENERGÍA CINÉTICA Y ENERGÍA POTENCIAL EXPERIMENTADO
- b) ES NULO PORQUE LA FUERZA Y EL DESPLAZAMIENTO TIENEN EL MISMO SENTIDO
- c) ES 0 POR TRATARSE DE UN CAMPO CONSERVATIVO Y DESCRIBIR UNA TRAYECTORIA CIRCULAR
- d) ES PRÁCTICAMENTE INFINITO

SOL:

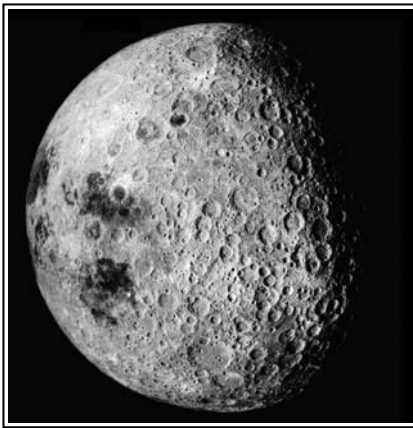
Es nulo porque la fuerza y el desplazamiento forman un ángulo de 90° , ya que la fuerza es centrípeta, y el desplazamiento dr , tangente a la circunferencia descrita, por ello, $dW = F \cdot dr \cos 90^\circ = 0$. Es correcta solo la propuesta c.

104*. Aunque Galileo trató de explicar las mareas, como debidas a la atracción del Sol, sería Newton, el que indicara el papel fundamental de la Luna en la subida y bajada de las aguas. Ahora bien como nuestro planeta da una vuelta sobre si misma cada 24 horas, cada punto de la Tierra pasará frente a la Luna con ese mismo periodo de tiempo, y sin embargo cada día sube y baja dos veces la marea. Esto es debido a que:

- a) SOLO ACTÚA SOBRE LA TIERRA LA CARA DE LA LUNA QUE SE ENFRENTA A AQUELLA.
- b) LA ATRACCIÓN LUNAR SE COMPENSA POR LA FUERZA CENTRÍFUGA REPARTIÉNDOSE SEGÚN LA DISTANCIA AL CENTRO DE GIRO DEL SISTEMA TIERRA-LUNA
- c) SE PRODUCE UN MOVIMIENTO DE VAIVÉN CON DOBLE PERÍODO RESPECTO AL DÍA
- d) POR EFECTO DE LA INERCIA DEL AGUA AL CHOCAR CON LAS CAPAS INFERIORES MENOS ATRAÍDAS VUELVE A SUBIR

SOL:

Dado que el periodo de rotación de la luna coincide con el de traslación (prácticamente un día), la luna presenta una cara frente a la Tierra, lo que hace que la interacción sea mayor, sobre todo sobre el agua de los océanos. Se ejerce prácticamente sobre la línea que une sus centros de masas, lo provoca un desplazamiento del agua en el sitio más próximo y en el opuesto (marea alta o pleamar), y por el contrario en los desplazados 90°, marea baja. Por eso cada 24 horas, 50 minutos y 28 segundos (una vuelta alrededor de la Tierra), se producen dos pleamares y dos bajamares, ya que el movimiento de elevación y descenso del agua es doblemente periódico. Son correctas las propuestas a y c.



105. La primera fotografía de la otra cara de la luna fue tomada por los rusos el 7 de octubre de 1959 (se aprecia en la figura). Desde la Tierra, aún con el mejor telescopio no se podría ver porque:

- a) SOLO TIENE UNA CARA
- b) SOLO SE VE UNA CARA
- c) GIRA DE FORMA QUE SU PERIODO COINCIDE CON EL DE LA TIERRA
- d) NO GIRA, SOLO SE TRASLADA

SOL:

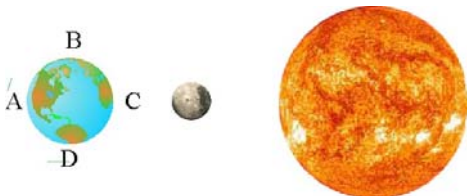
Por lo ya mencionado su periodo es similar al de la Tierra, por lo que presenta la misma cara a ésta, de forma que sólo se la ha podido fotografiar con sondas espaciales enviadas fuera de la Tierra. Es correcta la propuesta c.

106. El efecto de la Luna sobre las mareas de la Tierra, es 2,2 veces el efecto que produce el Sol, pese a ser éste mucho mayor, esto se debe a que:

- a) ESTÁ MAS CERCA DE LA TIERRA
- b) GIRA CON LA TIERRA
- c) ACTÚA EN SENTIDO CONTRARIO
- d) ORIGINALMENTE ESTABA UNIDA A LA TIERRA

SOL:

El efecto es mayor porque está mas cerca de la Tierra, y este efecto se ve reforzado por la acción del Sol. Es correcta la a.

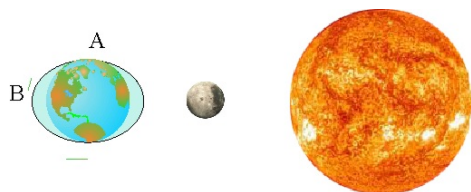


107. La disposición de las posiciones del Sol y la Luna cara a la de la Tierra hace se produzca que en la zona:

- a) A , UNA MAREA ALTA Y VIVA
- b) B , BAJAMAR
- c) C , PLEAMAR
- d) D, MAREA ALTA Y MUERTA

SOL:

El resultado de la suma de las fuerzas ejercidas por la Luna y el Sol es una onda compuesta por dos crestas, cuya posición depende de las posiciones relativas del Sol y de la Luna en un instante dado. Durante las fases de Luna nueva y llena - cuando el Sol, la Luna y la Tierra están alineados- las **ondas** solar y lunar coinciden creando un **estado** conocido como marea de primavera (mareas vivas), en las que las mareas altas ascienden más y las mareas bajas descienden más de lo habitual. Las mareas de vivas se producen 60 horas después de las fases correspondientes de la Luna, este periodo se llama edad de la marea o de la fase de desigualdad. Por lo tanto son correctas las propuestas a y b. La c lo sería si se agregara viva.

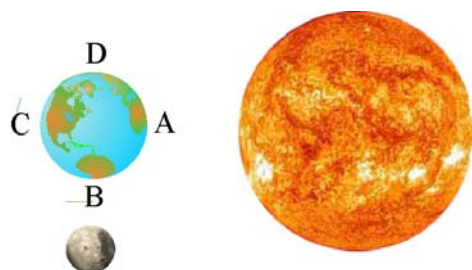


108*. La disposición de la Tierra frente a la Luna y al Sol, hace que:

- a) EN A, SE PRODUZCA UNA BAJA MAR
- b) EN B, PLEAMAR CON MAREA VIVA
- c) EN A BAJAMAR CON MAREA VIVA
- d) EN B PLEAMAR

SOL:

Según lo expuesto en test anteriores, en esta situación se producen mareas vivas en la alineación T-L-S, y por lo tanto en B, mientras que la situación contraria se produce en A. Son correctas las propuestas b y c.



109. La disposición de las posiciones del Sol y la Luna cara a la de la Tierra hace se produzca que en la zona:

- a) A , UNA MAREA ALTA Y VIVA
- b) B , PLEAMAR
- c) C , BAJAMAR
- d) D, MAREA ALTA Y MUERTA

SOL:

Cuando la Luna está en el primer o tercer cuadrante, el Sol forma un ángulo recto con respecto a la Tierra que hace que las ondas queden sometidas a fuerzas opuestas del Sol y de la Luna. Este estado se conoce como el de marea muerta, donde las mareas altas son más bajas y las mareas bajas son más altas que lo normal. Las mareas muertas se producen 60 horas después de las fases correspondientes de la Luna.

110. Como sabes la masa de la Luna es aproximadamente 81 veces menor que la de la Tierra, por lo tanto en un punto de la recta que las une, existirá un equilibrio entre las dos atracciones, este punto denominado neutro:

- a) ESTARÁ SITUADO NUEVE VECES MÁS CERCA DE LA LUNA QUE DE LA TIERRA
- b) SE DISPONDRÁ NUEVE VECES MAS CERCA DE LA TIERRA QUE DE LA LUNA
- c) UN CUERPO SITUADO EN EL PODRÁ ESTAR EN EQUILIBRIO, EN REPOSO
- d) UN CUERPO EN ÓRBITA EN ESE PUNTO NUNCA ESTARÁ EN EQUILIBRIO

SOL:

El punto neutro o punto P, donde se equilibran las atracciones debidas a la masa m de la Luna y a la masa M de la Tierra, por lo tanto deberá cumplir que las atracciones sobre una masa m_x situada en él deberán ser iguales y contrarias

$$G \frac{Mm_x}{r_T^2} = G \frac{mm_x}{r_L^2}, \text{ de lo que } \sqrt{\left(\frac{M}{m}\right)} = \frac{r_T}{r_L} = 9, \text{ o sea la distancia a la Tierra será 9 veces mayor que a la Luna.}$$

Es correcta la propuesta a. Dado que tanto la Tierra como La luna están moviéndose nunca podría estar en equilibrio en reposo. Por lo tanto dado que $d=3,844.10^8\text{m}$, la distancia a la Luna del punto de equilibrio será $3,844.10^7\text{m}$.

111. Habrás leído en un montón de libros de geografía, que la Luna gira alrededor de la Tierra con un periodo de 28 días, sin embargo el hecho es que el sistema Tierra-Luna, gira alrededor de un centro de masas común localizado a menos distancia de la Tierra que su propio radio. Esto es debido a que:

- a) LA MASA DE LA TIERRA ES 81 VECES MAYOR QUE LA DE LA LUNA
- b) LA LUNA PRESENTA SIEMPRE LA MISMA CARA FRENTE A LA TIERRA
- c) LA TIERRA Y LA LUNA GIRAN ALREDEDOR DEL SOL
- d) EN ESE PUNTO SE COMPENSAN LAS INTERACCIONES ENTRE AMBAS

SOL:

El centro de masas del sistema T-L, deberá cumplir que en la recta que las une

$$x_{CM} = \frac{\sum M_i x_i}{\sum M_i} = \frac{81m \cdot x_T + m \cdot x_L}{82m} = \frac{81}{82} x_T + \frac{1}{82} x_L, \text{ en un sistema de referencia centrado en él, } x_{CM}=0, \text{ y por lo tanto -}$$

$81x_T = x_L$. Si la distancia T-L= $3,844.10^8\text{m}$, y el radio de la Tierra $6,37.10^6\text{m}$, o sea 60 veces menos que su distancia de separación, es lógico que se encuentra a menos distancia que su radio. Solo es correcta la propuesta a.

112*. En 1772, el físicomatemático italiano Lagrange (nació en Turín), trabajando en el famoso problema del equilibrio gravitatorio entre 3 cuerpos, encontró que si uno de los cuerpos tenía una masa muy pequeña respecto a la de los otros, existirían puntos en los que este cuerpo estaría en equilibrio respecto a los otros, estos puntos serían llamados puntos de Lagrange, o puntos L. En el caso de un cuerpo en órbita entre la Tierra y la Luna, un punto de Lagrange sería tal que:

- a) LA ATRACCIÓN DE LA TIERRA SE COMPENSARÁ CON LA DE LA LUNA
- b) ESTARÍA EN APARENTEMENTE INMÓVIL RESPECTO A LOS DOS CUERPOS
- c) LAS ATRACCIONES DE LA TIERRA Y LA LUNA SE COMPENSARÍAN CON LA FUERZA CENTRÍFUGA
- d) SE CONFUNDIRÍA CON EL PUNTO NEUTRO O PUNTO P, YA ESTABLECIDO

SOL:

La diferencia entre un punto P, donde se equilibren las atracciones de la Tierra y la Luna sobre una tercera masa m, de forma que $G \frac{M_T m}{d_{T-m}^2} = G \frac{M_L m}{d_{L-m}^2}$, y un punto de Lagrange L, es que en éste, el equilibrio se produce con la fuerza

centrífuga, aproximadamente $G \frac{M_T m}{d_{T-m}^2} - G \frac{M_L m}{d_{L-m}^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} R$ (en realidad las distancias hacen referencia al baricentro entre la Tierra y la Luna). Son correctas las propuestas b y c.

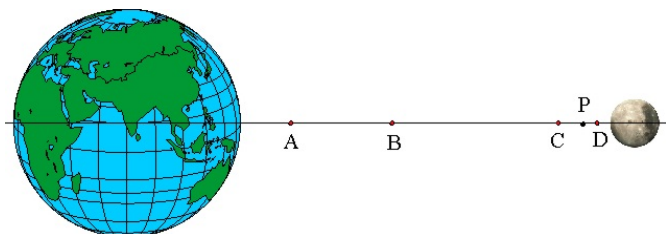
113*. Si el punto de Lagrange estuviera fuera del segmento que une la Luna y la Tierra, en este caso las fuerzas atractivas se:

- a) ANULARÍAN b) SUMARÍAN c) RESTARÍAN d) EQUILIBRARÍAN

SOL:

En este caso $G \frac{M_T m}{d_{T-m}^2} + G \frac{M_L m}{d_{L-m}^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} mR$, por lo tanto se sumarían, y siempre se anularían con la fuerza centrífuga.

Son correctas las propuestas a y b.



114. El punto P de equilibrio entre las atracciones de la Tierra y la Luna, se da en el dibujo. El punto de Lagrange situado entre ambas será de todos los dados, el:

- a) A b) B c) C d) D

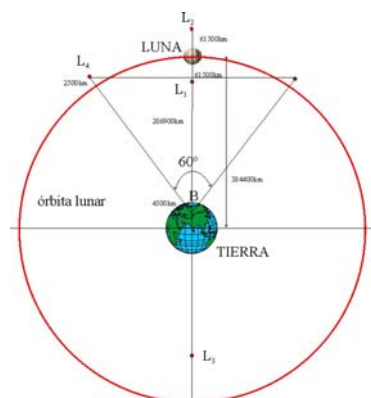
SOL:

El punto P como se ha visto en el test 112, estaría a $3,84 \cdot 10^7$ m de la Luna, mientras que el punto de Lagrange entre la Tierra y la Luna o L_1 , calculado a partir de la expresión del test anterior, está situado a $6,15 \cdot 10^7$ m de la misma, por lo tanto será el C.

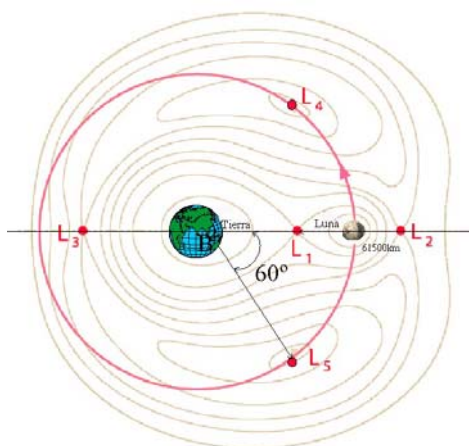
115*. Si un cuerpo está en una órbita terrestre un punto llamado de Lagrange, o lugar donde se encuentra en equilibrio gravitatorio, ya no será único. De ellos deberás decir que:

- a) DEBERÁN TENER EN CUENTA LA FUERZA CENTRÍFUGA DEBIDO A SU MOVIMIENTO
- b) HABRÁ MÁS DE UN PUNTO QUE CUMPLA ESTAS CONDICIONES
- c) DEBERÁN ESTAR ALINEADO CON EL EJE TIERRA-LUNA
- d) HABRÁ PUNTOS SITUADOS MAS CERCA DE LA LUNA QUE DE LA TIERRA

SOL:



Vemos en el dibujo los 5 puntos de Lagrange del sistema Tierra-Luna, como vemos hay 3 puntos : L_1, L_2 , y L_3 , alineados con el eje Tierra-Luna, bastante inestables. Sin embargo hay dos puntos el L_4 , y L_5 , que están 2360 km, fuera de la órbita de la Luna que son bastante estables, y forman un ángulo de 60° , con el eje Tierra-Luna, con vértice en el baricentro B, siendo este punto el centro del eje de giro del sistema. Estos puntos son llamados “Puntos triangulares de Lagrange”, y también puntos troyanos. Por lo tanto son correctas las propuestas a, b y d.

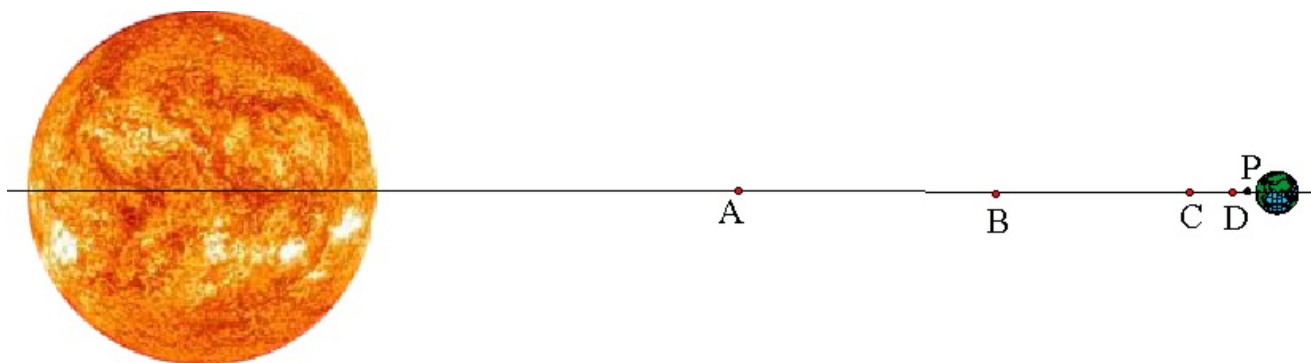


116. Lagrange elaboró las superficies equipotenciales debidas a 3 masas, dos de las cuales son mucho mayores que la tercera m , dentro del problema de los 3 cuerpos, situando en ellas a la Tierra y a la Luna, veríamos que las propiedades de m , serían que:

- a) GIRARÍA CON EL MISMO PERIODO QUE LAS OTRAS DOS
- b) SE DESPLAZARÍA HACIA LA TIERRA
- c) ESTARÍA EN REPOSO RESPECTO A LAS MASAS GRANDES
- d) SE ACERCARÍA A LA LUNA

SOL:

Son correctas las propuestas a y c, al estar en equilibrio gravitatorio.



117. El punto P de equilibrio entre las atracciones del Sol y la Tierra, se da en el dibujo. El punto de Lagrange situado entre ambas será de todos los dados, el :

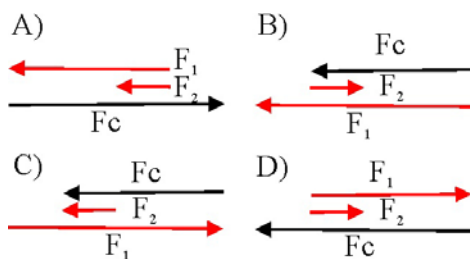
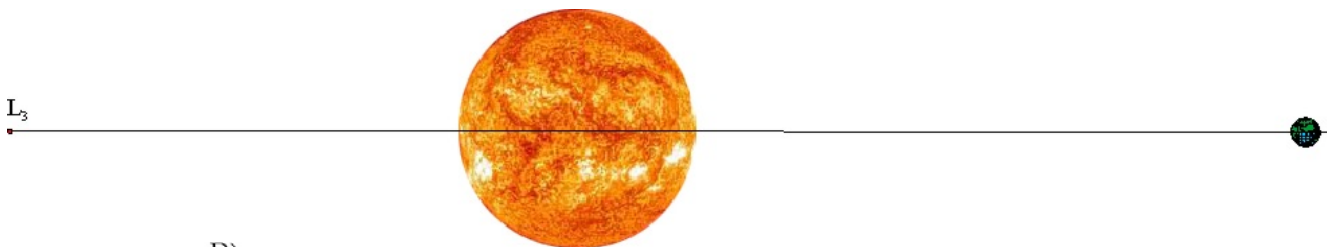
- a) A
- b) B
- c) C
- d) D

SOL:

El punto P, se calcula a partir de $G \frac{M_T m}{d_{T-m}^2} = G \frac{M_S m}{d_{S-m}^2}$, teniendo en cuenta que $d_{T-m} + d_{S-m} = d_{T-S} = 1,496 \cdot 10^{11} m$, nos daría $d_{S-m} = 1,493 \cdot 10^{10} m$ y $d_{T-m} = 2,588 \cdot 10^8 m$. Sin embargo al plantear el punto de Lagrange como un equilibrio

entre la acción gravitatoria y la fuerza centrífuga en ese sistema giratorio, $G \frac{M_T m}{d_{T-m}^2} + G \frac{M_S m}{d_{S-m}^2} = \frac{4\pi^2 m}{T^2} R$, con

$T = 1 \text{ año} = 3,15 \cdot 10^7 s$, nos daría una distancia a la Tierra $d_{T-m} = 1,5 \cdot 10^9 m$, muy diferente a la del punto P, por lo tanto el más ajustado, de todos los dados, será el D.

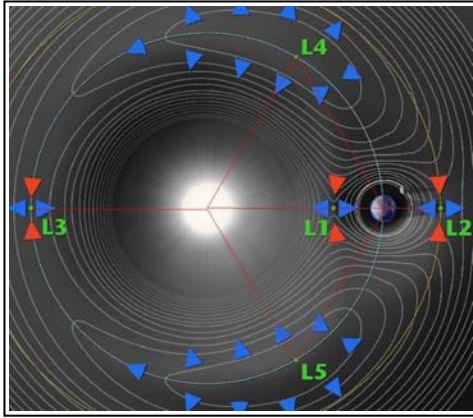


118. Si en el punto de Lagrange L_3 , de la figura situamos una masa que orbita alrededor del sistema Sol-Tierra, en equilibrio gravitacional correspondiente, las fuerzas que corresponden a dicho equilibrio F_1 (atracción del Sol), F_2 (atracción de la Tierra) y fuerza centrífuga (F_c), está mejor representado por el gráfico:

- a) A
- b) B
- c) C
- d) D

SOL:

Parece evidente que la única posible es la D, ya que la fuerza centrífuga debe estar dirigida hacia fuera, y equilibrar a $F_1 > F_2$. Es correcta la propuesta d.



119*. En el sistema Sol-Tierra, un cuerpo situado en los puntos indicados $L_1, \dots, L_5$, en el dibujo adjunto, llamados puntos de Lagrange:

- a) EN ELLOS MANTIENE UNA POSICIÓN RELATIVA FIJA
- b) SERÍAN BUENAS POSICIONES PARA UN OBSERVADOR SOLAR
- c) EN L_4 NO ESTARÍA EN EQUILIBRIO
- d) EN L_3 ESTARÍA OCULTO PARA LA TIERRA

SOL:

En ellos, por definición estaría en reposo relativamente respecto a la Tierra y al Sol, pues giraría con su mismo periodo. Son correctos la a, b y d.

120*. En cualquier sistema de 3 masas, en rotación en el espacio, dos de masa mucho más grande que una tercera, existirán 5 puntos, en los que la masa más pequeña:

- a) ESTÁ EN RÉGIMEN ESTACIONARIO RESPECTO A LAS MASAS MAYORES
- b) LA ATRACCIÓN DE LAS MASAS MAYORES SE EQUILIBRARÍA ENTRE SÍ
- c) PODRÍA VIAJAR ENTRE ELLOS CON POCAS ENERGÍAS
- d) SERÍAN MÁXIMOS DE ENERGÍA POTENCIAL

SOL:

Por lo ya mencionado, son correctas las propuestas a, y c. No así la b, porque el equilibrio se realiza con la fuerza centrífuga y las fuerzas gravitatorias, y dadas las curvas de potencial, sería mínimos y no todos (véase el test 119).