

Campo gravitatorio 5

81. Hasta ahora se había calculado en los test la primera velocidad cósmica, también llamada orbital o se inyección, pues se trataba de impulsar a un satélite para ponerlo en órbita rasante o a una altura H. Sin embargo si ahora se pretendiera liberarlo de la atracción del planeta el cálculo sería diferente, ya que el campo gravitatorio se extiende hasta el infinito por eso habrá que tener en cuenta:

- a) EL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA
- b) EL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA MASA
- c) EL PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO
- d) EL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO CINÉTICO

SOL:

Para calcular la velocidad de escape se debe tener en cuenta el principio de conservación de la energía, así como en el infinito la energía total del sistema del satélite deberá ser 0, mientras que en la superficie del planeta es la suma de la

potencial y la cinética, al plantearlo resulta: $-G \frac{Mm}{R} + \frac{1}{2} m v_E^2 = 0$, o sea en este caso $v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

82*.La velocidad de escape o segunda velocidad cósmica de un cohete desde la superficie de un planeta va a depender fundamentalmente de:

- a) LA MASA DEL COHETE
- b) LA MASA DEL PLANETA Y SU RADIO
- c) LA GRAVEDAD DEL PLANETA Y SU RADIO
- d) LA DENSIDAD DEL PLANETA

SOL:

Visto que $v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, como $g = G \frac{M}{R^2}$, $v_E = \sqrt{\frac{2gR^2}{R}} = \sqrt{2gR}$. Como $|\bar{g}| = \frac{4}{3} \pi G \rho R$, siendo ρ la densidad del planeta $v_E = \sqrt{2gR} = R \sqrt{\frac{8\pi G \rho}{3}}$. Son correctas las propuestas b y c.

83*.La velocidad de escape de un planeta, se define como la necesaria para que un cuerpo escape de la atracción de aquél. Como la fuerza de interacción responde a la ley de la gravitación universal, dirás que sólo no habrá atracción:

- a) EN EL CENTRO DEL CUERPO
- b) EN EL INFINITO
- c) A DISTANCIA 0
- d) EN EL CENTRO DEL PLANETA

SOL:

Por lo visto anteriormente, esto sólo ocurre en el infinito y en el centro del planeta donde $g=0$. Son correctas las propuestas b y d.

84.La velocidad de escape de un planeta con la masa de la Tierra, y radio doble, será respecto a la de escape desde la Tierra:

- a) LA MITAD
- b) EL DOBLE
- c) $\sqrt{2}$
- d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

SOL:

Teniendo en cuenta que $v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, la relación será: $\frac{v_{ET}}{v_{EX}} = \sqrt{\frac{R_X}{R_T}} = \sqrt{\frac{2R_T}{R_T}} = \sqrt{2}$; $v_{EX} = \frac{v_{ET}}{\sqrt{2}}$. Es correcta la d.



85. El planeta Venus, cuya foto te dan, tiene una masa de $4,84 \cdot 10^{24}$ kg, mientras que su radio es $6,26 \cdot 10^6$ m. Según eso dirás que la velocidad de escape o segunda velocidad cósmica de Venus, en km/s será aproximadamente:

- a) 10,0 b) 11
c) 10,1 d) 11,5

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ uSI

SOL:

Como $v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4,84 \cdot 10^{24}}{6,26 \cdot 10^6}} = 10.155,8 \text{ms}^{-1}$,

es correcta la propuesta c

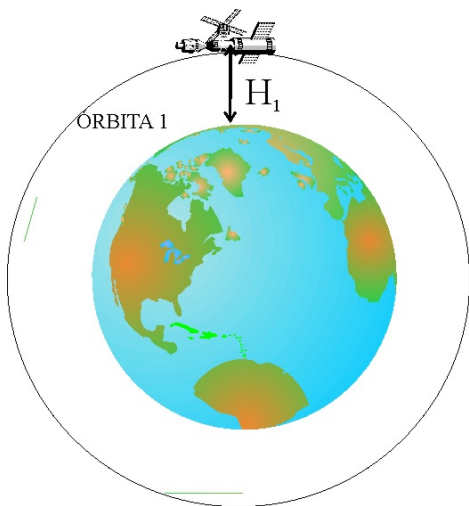
86. Si se lanza un cohete verticalmente desde la superficie de la Tierra, y alcanza una altura máxima 3 veces su radio, dirás que la velocidad de lanzamiento de aquél había sido:

- a) IGUAL A LA DE ESCAPE
b) LA MITAD DE LA DE ESCAPE
c) EL 75% DE LA DE ESCAPE
d) EL 85% DE LA DE ESCAPE

SOL:

Aplicando el principio de conservación de la energía $-G \frac{Mm}{R} + \frac{1}{2}mv_L^2 = -G \frac{Mm}{4R}$, de lo que $v_L = \sqrt{\frac{3GM}{2R}}$, como

la velocidad de escape es $v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, $\frac{v_E}{v_L} = \sqrt{\frac{4}{3}} = 1,12$. De lo que $v_L = 0,86 v_E$. Es correcta la propuesta d.



87. Se pretende sacar el satélite de la figura de la órbita, para que escape de la atracción de la Tierra. Si $H_1 = R/2$, dirás que la velocidad que debe comunicársele respecto a la de escape de la Tierra desde la misma es aproximadamente:

- a) 0,1 b) 1 c) 0,4 d) 0,75 VECES

SOL:

Aplicando el principio de conservación de la energía

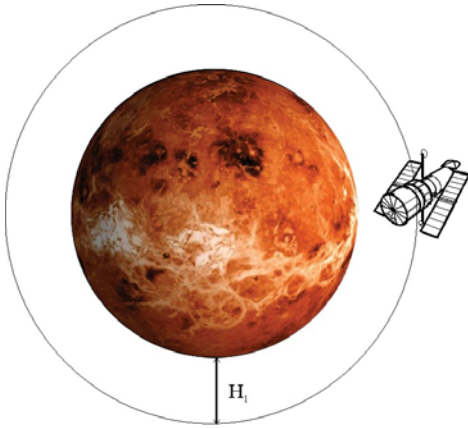
$-G \frac{2Mm}{3R} + \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}mv_L^2 = 0$, pero como la velocidad orbital ya

vista $v_O = \sqrt{\frac{GM}{R}}$. Simplificando y multiplicando por 2,

$-G \frac{4M}{3R} + G \frac{M}{R} + v_L^2 = 0$, de lo que $v_L = \sqrt{\frac{GM}{3R}}$. Teniendo en

cuenta que $v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$, $\frac{v_L}{v_E} = \sqrt{\frac{1}{6}} = 0,41$. De lo que $v_L = 0,41 v_E$.

Es correcta la propuesta d.



88. Se ha puesto en órbita de Venus un satélite de observación a una altura $H_1=R/2$. Se pretende que escape de su atracción. Con los datos del test 85, dirás que dicha velocidad de escape respecto a la de escape del planeta es aproximadamente :

- a) 0,1 b) 1 c) 0,4 d) 0,75 VECES

SOL:

Aplicando el principio de conservación de la energía

$$-G \frac{2Mm}{3R} + \frac{1}{2}mv_o^2 + \frac{1}{2}mv_L^2 = 0, \text{ pero como la velocidad orbital ya}$$

$$\text{vista } v_o = \sqrt{\frac{GM}{R}}. \text{ Simplificando y multiplicando por 2:}$$

$$-G \frac{4M}{3R} + G \frac{M}{R} + v_L^2 = 0, \text{ de lo que } v_L = \sqrt{\frac{GM}{3R}}. \text{ Teniendo en cuenta que } v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \frac{v_L}{v_E} = \sqrt{\frac{1}{6}} = 0,41. \text{ De}$$

lo que $v_L=0,41V_E$. Es correcta la propuesta c.

89. Aunque la denominación de agujero negro fue realizada por John Weeler, en 1969, sin embargo ya fueron descritos en 1783, por el geólogo John Michell. Son compuestos estelares másicos con tal atracción que la luz no consigue escaparse de ellos, o sea que la velocidad de escape es del mismo orden que la velocidad de la luz, por eso un agujero negro de la masa del Sol, no debería haber en:

- a) UN CAMPO DE FÚTBOL b) UNA CAJA DE CERILLAS
c) UNA CAJA DE ZAPATOS d) TODA LA TIERRA

SOL:

$$\text{Teniendo en cuenta que } v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = c = 3.10^9; R = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2.6,67.10^{-11}.1,98.10^{30}}{9.10^{16}} = 2935m$$

Parece evidente que no cabría ni en una caja de cerillas ni en otra de zapatos. Es correcta sólo la d.

90. La tercera velocidad cósmica, hace referencia al escape desde la Tierra, pero de la atracción del Sol, tomando como distancia la que existe entre ambos. Por eso, si tenemos en cuenta que la masa de éste es unas 30.000 veces la de la Tierra, y su separación 24.000 veces su radio, dirás que la tercera velocidad cósmica respecto a la segunda, en el caso de la Tierra es aproximadamente:

- a) 3,5 b) 2,1 c) 3,75 d) 2,5

SOL:

$$\text{Teniendo en cuenta que } v_{ET} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}, \text{ aplicándolo a este caso } \frac{v_{ES}}{v_{ET}} = \sqrt{\frac{M_{SOL} \cdot R_T}{M_T \cdot d_{S-T}}} = \sqrt{\frac{30000M_T R_T}{M_T \cdot 24000R_T}} = 3,75. \text{ Es}$$

1,12

correcta la propuesta c.

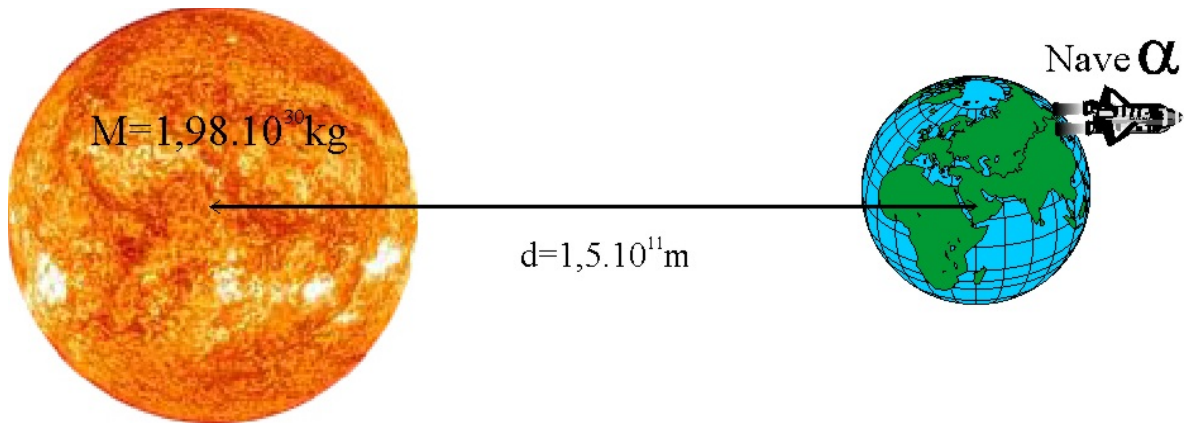


91*. En la Luna, que ves en la figura, no hay casi atmósfera porque:

- a) TIENE MUY POCA MASA Y GRAVEDAD
b) NO HAY AGUA
c) SI LA TUVIERA HUBIERA SIDO ATRAÍDA POR LA TIERRA
d) LA HUBO PERO SE CONSUMIÓ

SOL:

Solo hay una pequeña capa de argón y helio, producida por radiación. La velocidad de escape es de 2,4 km/s, por lo tanto la mayoría escaparía de la Luna siendo absorbida por la Tierra. Son correctas las propuestas a y c.



92. Previendo un cataclismo planetario, la humanidad se refugia en la nave alfa, que pretende salir del sistema solar, para ello hay que comunicarle la tercera velocidad cósmica, que con los datos que te dan será en km/s aproximadamente :

- a) 42 b) 22 c) 12 d) 55

SOL:

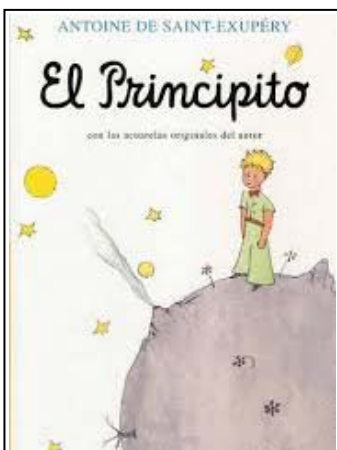
Teniendo en cuenta que $v_{C3} = \sqrt{\frac{2GM_{SOL}}{D_{S-T}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,98 \cdot 10^{30}}{1,5 \cdot 10^{11}}} = 41963 \frac{m}{s}$. Es correcta la a.

93*. Como debes saber, la atmósfera primitiva de la Tierra era reductora, y por lo tanto no tenía oxígeno, sino hidrógeno y monóxido de carbono. Sin embargo actualmente, no existe el hidrógeno en su composición. En cambio en los planetas exteriores del sistema solar, como Júpiter y Saturno, si abunda. Teniendo en cuenta de que el hidrógeno es el gas más ligero, tendrás que suponer para justificar estos hechos que:

- a) LA TIERRA NO FUE CAPAZ DE CONSERVAR EL HIDRÓGENO DEBIDO A SU ESCASO CAMPO GRAVITATORIO.
 b) EN LA ATMÓSFERA DE LA TIERRA NO HAY HIDRÓGENO PORQUE SE COMBINÓ EXPLOSIVAMENTE CON EL OXÍGENO FORMANDO VAPOR DE AGUA
 c) EL HIDRÓGENO QUE EXISTÍA EN LA TIERRA FUE ATRAIDO POR JÚPITER Y SATURNO.
 d) EL HIDRÓGENO DE LA TIERRA VOLVIÓ AL SOL

SOL:

La velocidad media de las moléculas de hidrógeno, se puede determinar partiendo de la teoría cinética de los gases , y de la ecuación de Bernoulli. Así $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3kT}{2}$, siendo k la constante de Boltzmann. Esta velocidad es lo suficientemente grande para que a una temperatura alta las moléculas de hidrógeno tengan suficiente velocidad para escapar de la Tierra (v.de escape= 11,2km/s), lo cual no ocurre en planetas con superior gravedad, y mayor velocidad de escape como Júpiter o Saturno. Por eso en estos planetas abunda especialmente y no en la Tierra. Son correctas las propuestas a, y c.



94*. Uno de los cuentos infantiles mas conocidos, es el principito del escritor y aviador francés Antoine de Saint-Exupéry, en él un principito niño vive en un pequeño asteroide B612, cuidando que los árboles no crezcan lo suficiente para que sus raíces no partan su pequeño planeta. Naturalmente no se tienen en cuenta los principios físicos en dicho asteroide porque:

- a) NO SERÍA CAPAZ DE RETENER SU ATMÓSFERA
 b) NO PESARÍA EN DICHO PLANETA
 c) NO PODRÍA HABER VIDA
 d) NO PODRÍA SOSTENERSE

SOL:

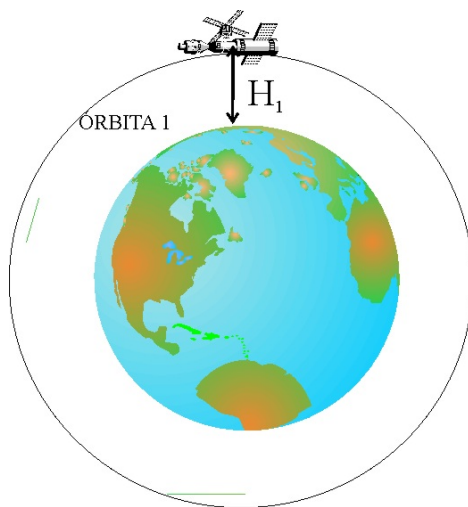
Parece claro que su campo gravitatorio debería ser tan poco que no podría ni haber atmósfera ni vida. Son correctas las propuestas a y c.

95. Las velocidades medias de las moléculas de los gases diatómicos elementales son del orden de los 2400 m/s, pero como dependen de la masa, pues su energía cinética media es igual, en semejantes condiciones, esto hace que el hidrógeno a una temperatura suficientemente alta posea velocidades del orden de los 11,2 km/s. Todo ello justificaría el que:

- a) NO EXISTIERA EL HIDRÓGENO EN LA ATMÓSFERA DE LA TIERRA NI DE LOS PLANETAS INTERIORES, POR SER SU VELOCIDAD PRÓXIMA A LA DE ESCAPE
- b) EL HIDRÓGENO ABUNDE EN JÚPITER Y SATURNO PLANETAS CON LAS MAYORES VELOCIDADES DE ESCAPE
- c) EL HIDRÓGENO SE HUBIERA CONSUMIDO
- d) SE COMBINE EXPLOSIVAMENTE CON EL OXÍGENO FORMANDO AGUA

SOL:

Por lo dicho con anterioridad son correctas las propuestas a y b.



96. Se ha estudiado la velocidad de inyección o velocidad orbital, o sea la velocidad que debe llevar un satélite para mantenerse en una órbita, sin embargo es importante conocer la velocidad característica o sea la velocidad con que debe impulsarse desde la superficie de la Tierra, para mantenerse en la órbita estable a una altura $H_1=R/2$, con la velocidad orbital correspondiente. Para el caso de la Tierra dirás que es n veces la velocidad de escape siendo n , aproximadamente:

- a) 0,6
- b) 0,5
- c) 0,7
- d) 0,8

SOL:

Aplicando el principio de conservación de la energía

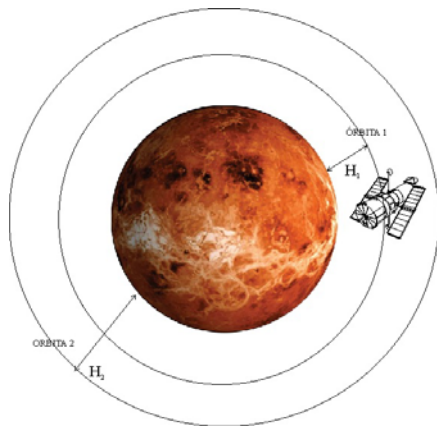
$$-G \frac{Mm}{R} + \frac{1}{2} m v_c^2 = \frac{1}{2} m v_o^2 - G \frac{Mm}{R+H_1}, \text{ pero como la velocidad orbital ya vista, es}$$

$$v_o = \sqrt{\frac{GM}{R+H_1}} = \sqrt{\frac{2GM}{3R}}, \text{ sustituyendo y simplificando (multiplicando por 2 y eliminando m).}$$

$$v_c^2 = G \frac{2M}{R} + G \frac{2M}{3R} - G \frac{4M}{3R} = G \frac{4M}{3R}; \quad v_c = \sqrt{\frac{4GM}{3R}}.$$

$$\text{Como la velocidad de escape (test 87) } v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\frac{v_c}{v_E} = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,82. \text{ Es correcta la propuesta d.}$$



97. Se tenía un satélite en la órbita 1 de Venus (véase la figura), a una altura $H_1=R/2$, y ahora se pretende pasarlo a la órbita 2, a una altura $H_2=R$, para ello deberemos darle una velocidad característica que es respecto a la de escape un número de veces n , aproximadamente:

- a) 1 b) 1,6 c) 0,6 d) 0,75

SOL:

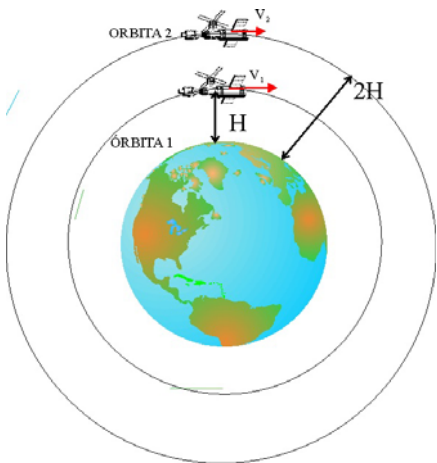
Aplicando el principio de conservación de la energía

$$-G \frac{2Mm}{3R} + \frac{1}{2} m v_{o1}^2 + \frac{1}{2} m v_c^2 = \frac{1}{2} m v_{o2}^2 - G \frac{Mm}{2R}, \text{ pero como las velocidades orbitales ya son}$$

$$v_{o1} = \sqrt{\frac{GM}{R+H_1}} = \sqrt{\frac{2GM}{3R}}, \text{ y } v_{o2} = \sqrt{\frac{GM}{R+H_2}} = \sqrt{\frac{GM}{2R}} \text{ sustituyendo y simplificando (multiplicando por y}$$

$$\text{eliminando m). } v_c^2 = G \frac{M}{2R} - G \frac{2M}{3R} + G \frac{4M}{3R} - G \frac{M}{2R} = G \frac{2M}{3R}; v_c = \sqrt{\frac{2GM}{3R}}. \text{ Como la velocidad de escape (test}$$

$$88); v_E = \sqrt{\frac{2GM}{R}}; \frac{v_c}{v_E} = \sqrt{\frac{1}{3}} = 0,58. \text{ Es correcta la propuesta c.}$$



98*. Se trata de cambiar de órbita a un satélite artificial, a la que fue impulsado con una velocidad de lanzamiento desde la Tierra v_1 , y que se mueve con velocidad orbital V_1 pasándola a otra situada a doble altura de la que se encuentra ($H=R$), en la que lo hará con velocidad V_2 . Para ello deberá impulsarse con unos cohetes que le comunicarán una velocidad v_2 . De estas velocidades dirás que:

- a) V_1 DEBERÁ SER 1,2 VECES V_2
 b) V_1 TENDRÁ QUE SER DOBLE QUE V_2 PUES EL SATÉLITE SE ENCUENTRA A ALTURA DOBLE
 c) v_2 DEBERÁ SER IGUAL A V_1
 d) v_1 DEBERÁ SER DOBLE a v_2

SOL:

Aplicando el principio de conservación de la energía a las órbitas 1 y 2:

$$-G \frac{Mm}{R+H} + \frac{1}{2} m V_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} m V_2^2 - G \frac{Mm}{R+2H}. \text{ Sustituyendo y simplificando}$$

$$-G \frac{2M}{2R} + V_1^2 + v_2^2 = V_2^2 - G \frac{2M}{3R} \text{ Como } V_1 = \sqrt{\frac{GM}{2R}} \text{ y } V_2 = \sqrt{\frac{GM}{3R}}; \text{ Sustituyendo}$$

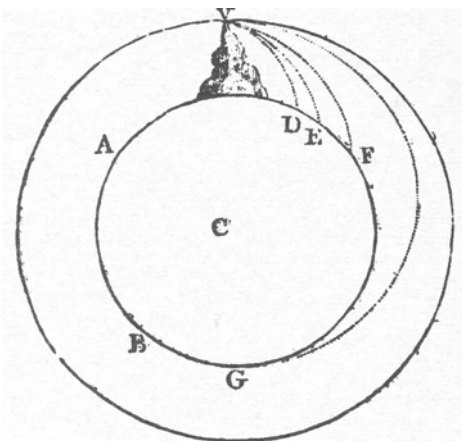
$$-G \frac{2M}{2R} + G \frac{M}{2R} + v_2^2 = G \frac{M}{3R} - G \frac{2M}{3R} \text{ y despejando } v_2^2 = G \frac{M}{3R} - G \frac{2M}{3R} + G \frac{M}{R} - G \frac{M}{2R} = G \frac{M}{6R}, \text{ de lo que}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM}{6R}}. \text{ Si comparamos con } V_1; \frac{V_1}{v_2} = \sqrt{\frac{6}{2}} = 1,73. \text{ Por otra parte } \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,22.$$

Es correcta la propuesta a y no la b ni la c. Aplicando el principio de conservación de la energía la superficie de la Tierra y a la órbita 1, para calcular v_1

$$-G \frac{Mm}{R} + \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} m V_1^2 - G \frac{Mm}{2R}, \text{ simplificando y sustituyendo } v_1^2 = -G \frac{M}{R} + G \frac{2M}{R} + G \frac{M}{2R} = G \frac{3M}{2R}$$

$$\text{de lo que } v_1 = \sqrt{\frac{3GM}{2R}}. \text{ Si comparamos con } v_2, \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{12}{3}} = 2. \text{ Es correcta la propuesta d.}$$



99. Newton en su libro "Del sistema del mundo", publicado póstumamente en 1728, describe el movimiento de los cuerpos lanzados con una determinada velocidad alrededor de la Tierra, que reslizarían trayectorias según su velocidad de menor a mayor, tales como se muestran en la figura (sacada del propio texto). En las cuales los puntos de contacto serían desde D hasta V, en el caso de un cuerpo en trayectoria cerrada (en órbita). Ahora si la velocidad fuera ligeramente superior a la que lleva en la órbita cerrada, la trayectoria sería una:

- a) ELIPSE
- b) PARÁBOLA
- c) HIPÉRBOLA
- d) CIRCUNFERENCIA DE MAYOR RADIO

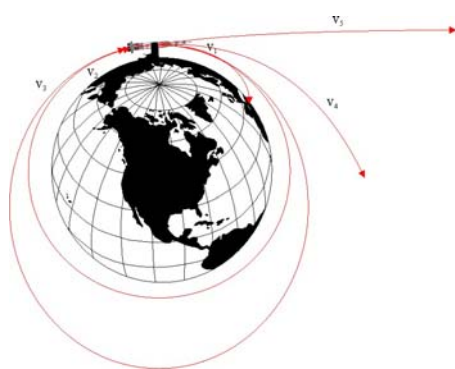
SOL:

Sería una elipse si $\sqrt{gR} < v < \sqrt{2gR}$. Es correcta la propuesta a.

100. La velocidad mínima para satelizar un cuerpo, lanzándolo desde su superficie es la raíz cuadrada de su gravedad en ese sitio por su distancia al centro del planeta. En este caso el cuerpo describiría una órbita circular rasante, ahora bien si la velocidad se hace sólo 1,4 veces mayor, aquel cuerpo:

- a) DESCRIBIRÍA UNA CIRCUNFERENCIA CON MAYOR RADIO
- b) ESCAPARÍA DE LA ATRACCIÓN DEL PLANETA
- c) RECORRERÍA UNA TRAYECTORIA PARABÓLICA
- d) TENDRÍA UNA TRAYECTORIA ELÍPTICA

SOL:



Según se observa en la figura, y teniendo escuenta que la velocidad para satelizar

un cuerpo en órbita rasante es $v_{1c} = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{gR} = v_2$ en la cual el cuerpo describe una órbita circular y la velocidad de escape es

$v_{2c} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{gR} = v_4$ en la cual el cuerpo describe una órbita

parabólica y que $\sqrt{2} = 1,4$, el aumento de su velocidad en 1,4 veces hace que cambie la forma de la órbita descrita y que escape de la atracción del planeta. La trayectoria elíptica se cumpliría si $\sqrt{gR} < v_3 < \sqrt{2gR}$ o sea y según se ha

visto $v_1 < v_2 < v_3 < v_4 < v_5$. O sea es correcta la propuesta d.

