4. SÓLIDO RÍGIDO

4.1. MOVIMIENTO DE UN SÓLIDO RÍGIDO. MOMENTO DE INERCIA. DETERMINACIÓN.

4.1.1*. Un sólido rígido es como un:

a) SISTEMA DE INFINITOS PUNTOS MATERIALES CUYO CENTRO DE MASAS NO CAMBIA DE POSICIÓN RESPECTO DE UNOS EJES FIJADOS EN EL CUERPO.
b) SISTEMA DE INFINITOS PUNTOS MATERIALES CUYA DISTANCIA ENTRE ELLOS SE MANTIENE CONSTANTE AUNQUE SE MUEVA
c) SISTEMA DE PUNTOS MATERIALES TALES QUE AL SUMAR LA MASA DE TODOS, SE OBTIENE LA MASA DEL CUERPO.
d) PUNTO MATERIAL DE GRAN MASA

SOL:
Como su nombre indica el sólido rígido por el hecho de ser un sólido estaría formado por infinitos puntos materiales másicos, pero al ser rígido, estos puntos materiales conservarían las distancias entre ellos, aunque el conjunto se mueva.
Por ello las propuestas: a b, y c son ciertas y d es falsa.

4.1.2. * Todos los puntos de un sólido rígido que gira alrededor de un eje, independiente de su distancia a éste, tienen la misma:

a) ACELERACIÓN ANGULAR
b) VELOCIDAD LINEAL
c) VELOCIDAD ANGULAR
d) DESPLAZAMIENTO ANGULAR

SOL:
Las opciones a, c, d, son verdaderas por ser magnitudes angulares, mientras que la b, es falsa por depender la velocidad lineal de la distancia del punto al eje de rotación.

4.1.3. Cuando un cilindro rígido de radio R, rueda por una mesa (rueda sin deslizar),en cada instante:

a) TODOS LOS PUNTOS QUE ESTÁN EN CONTACTO CON EL SUELO TIENEN VELOCIDAD NULA
b) LOS QUE ESTÁN A UNA DISTANCIA 2R DEL SUELO, TIENEN UNA VELOCIDAD DOBLE QUE LA DEL CENTRO DE MASAS.
c) LA VELOCIDAD DEL CENTRO DE MASAS ES SOLO DE TRASLACIÓN
d) CUALQUIER PUNTO SITUADO RESPECTO DEL CENTRO DE MASAS A UNA DISTANCIA INFERIOR AL RADIO R, TIENE UNA VELOCIDAD MAYOR QUE EL DOBLE DE LA DEL CENTRO DE MASAS.

SOL:
Las soluciones correctas son la a, la b, y la c, y la d, es falsa.

4.1.4.* El momento de inercia de un sólido respecto a un eje que pasa por su centro de gravedad:

a) ES UNA MAGNITUD VECTORIAL
b) MIDE LA INERCIA DE UNA MASA EN ROTACIÓN
c) SE MIDE EN EL SI. EN kg.m
d) ES IGUAL A LA MASA DEL CUERPO POR SU RADIO DE GIRO AL CUADRADO
e) DEPENDE DEL EJE SOBRE EL QUE GIRE EL CUERPO

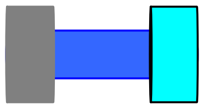
SOL:

La definición de momento de inercia $I = \Sigma m_i r_i^2$ es una magnitud escalar pues tanto la masa, como el cuadrado de la distancia al eje de giro de cada punto material lo son, se mide en el SI. a partir de la fórmula de definición anterior en $kg.m^2$, por lo cual son incorrectas las propuestas a y c. Puesto que mide la inercia de un cuerpo en rotación (una piedra girando es mucho más difícil de detener cuanto más masa y mayor sea el radio de su trayectoria), son correctas las propuestas b y d. También lo es la e,.

4.1.5. Euler, en 1760, escribe la "Theoría motus corporum solidorum", en ella se fijan las bases de la mecánica del cuerpo sólido y se define el momento de inercia. Para calcularlo de forma simplificada es necesario determinar el radio de giro. Si dispones de una pieza formada por tres cilindros coaxiales de igual masa M y cuyos radios extremos son iguales y dobles del de la pieza central R, dirás que su radio de giro al rodar sobre una mesa es:

a) R b) $R\sqrt{2}$ c) $R\sqrt{3}$ d) $\frac{R\sqrt{6}}{2}$

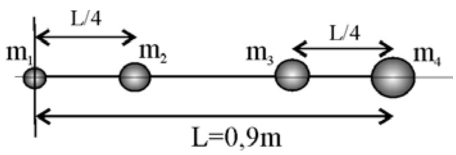
I. de un cilindro respecto de un eje que pasa por su c.d.m.= $mr^2/2$



SOL:

Sumando los m.d.i. de cada pieza resulta:

$$\frac{1}{2}M(2R)^2 + \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}M(2R)^2 = 3MR_G^2 \Rightarrow R_G = R\frac{\sqrt{6}}{2}$$

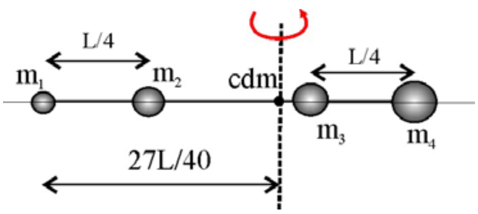


4.1.6. Cuatro esferitas de masas m_1=1g, m_2=2g, m_3=3g y m_4=4g están engarzadas mediante un alambre de masa despreciable y longitud L=0,9m. Las masas m_1 y m_4 ocupan los extremos del alambre y m_2 está a una distancia L/4 de m_1, mientras que m_3 está a la misma distancia de m_4. Si al sistema se le dota de un eje que pase por el centro de masas y sea perpendicular al alambre resulta que el momento de inercia, expresado en $kg.m^2$, es:

a) 10^{-2} b) 10^{-3} c) 10^{-4} d) 10^{-5}

en cambio si el eje de giro pasase justamente por la bola m_1 el valor del momento de inercia en las mismas unidades es:

a) $4{,}7.10^{-2}$ b) $4{,}7.10^{-3}$ c) $4{,}7.10^{-4}$ d) $3{,}3.10^{-5}$



SOL:

Calculemos en primer lugar la posición del centro de masas del sistema. Para ello tomemos como eje X el alambre y origen en la masa m_1.

x_{CM}= [m_1.0+m_2.(L/4)+m_3.(3L/4)+m_4.L)]/(m_1+m_2+m_3+m_4)= (L/2+9L/4+4L)/10= (27/40) L.

Conocida la situación del centro de masas se puede calcular la distancia de cada masa al eje de giro, estas distancias son:

27L/40; 27L/40-L/4 = 17L/40; 3L/4-27L/40= 3L/40; L-27L/40= 13L/40.

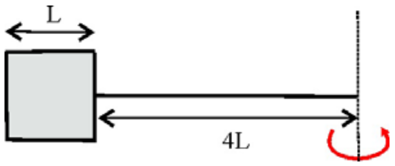
Aplicando la expresión del momento de inercia resulta:

$I = \Sigma m_i r_i^2 = m_1 (27L/40)^2+m_2 (17L/40)^2+m_3 (3L/40)^2+m_4 (13L/40)^2$

$I = (2010.10^{-3}/1600)L^2= 10^{-3}$ $kg.m^2$

Si el eje de giro está sobre la bola m_1 el momento de inercia es:

$I = \Sigma m_i r_i^2$ $I= m_2(L/4)^2+m_3(3L/4)^2+m_4L^2= 4{,}7.10^{-3}$ $kg.m^2$.

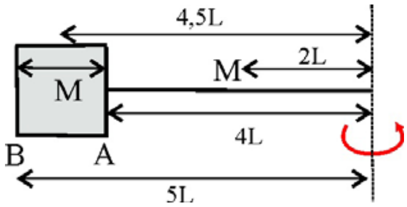


4.1.7. Una pala matamoscas está hecha con cuatro varillas metálicas de masa M y longitud L, que tensan una tela metálica de masa despreciable, soldadas por el centro de una varilla a un mango de longitud 4L, y de masa M. Si para matar una mosca la haces girar desde su extremo, su momento de inercia será aproximadamente:

a) 84 ML^2 b) $80ML^2$

c) $90ML^2$ d) 87 ML^2

Momento de Inercia de una varilla de masa m y longitud L, respecto a un eje que pasa por su c.d.m $I_0 = mL^2/12$



SOL:

Según el esquema dado, la pala se puede descomponer a efectos de giro desde el mango en varillas, aplicando a cada caso el teorema de Steiner:

I del mango, desde el eje de giro del sistema: $I_m = I_0 + M\,(4L/2)^2 = I_0 + 4ML^2$

$$I_m = \frac{1}{12}M(4L)^2 + 4ML^2 = \frac{16}{3}ML^2$$

I de dos varillas laterales: $I_vL = 2\,[\,I_C + M\,(4L+L/2)^2 = 2I_C + 40{,}5ML^2$

$$I_v = 2\left[\frac{1}{12}ML^2\right] + 40{,}5ML^2 = \frac{122}{3}ML^2$$

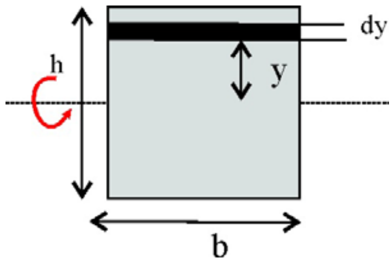
I de varilla A se considera puntual): M $(4L)^2 = 16ML^2$

I de varilla B (se considera puntual): M $(4L+L)^2 = 25ML^2$

Sumando los momentos de inercia resulta: $I = 87\,ML^2$ La correcta es la d.

4.1.8. Una chapa rectangular de base b y altura h cuya densidad superficial es σ s y masa m puede girar alrededor de un eje que es paralelo a la base b y que pasa por el centro de la chapa. El momento de inercia es:

a) $\dfrac{mh^2}{12}$ b) $\dfrac{mh^2}{8}$ c) $\dfrac{mh^2}{6}$ d) $\dfrac{mbh}{2}$



SOL:

En la figura está representada la chapa rectangular de dimensiones b y h. Para hallar el m.d.i. hay que tomar un conjunto de puntos que estén todos a igual distancia del eje , tomaremos la banda negra de la figura. Sobre ella aparece destacada una sección que tiene por base b y por altura dy.

Dicha sección dista del eje de giro la distancia y. Observe que y es una variable ya que la sección señalada puede estar más o menos alejada del eje. Si se toma como eje X el de giro entonces los límites de la variable y son: -h/2 y h/2.

El momento de inercia de esa sección es $dl = dmy^2$, siendo su masa dm =b.dy. σ

El momento de inercia de toda la chapa es la integral es:

$$I = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2\,dm = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} b.\sigma.y^2\,dy = \sigma.b\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{\sigma.b.h^3}{12}$$

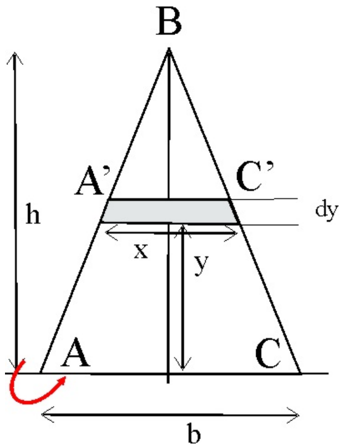
La masa de toda la chapa es: σ bh, si llevamos este valor a la expresión inmediata anterior resulta que el momento de inercia es: $I = \dfrac{mh^2}{12}$ que corresponde a la propuesta a

4.1.9. Una chapa tiene forma de triángulo isósceles de base b y altura h. La chapa tiene una densidad superficial σ_S y un eje de giro paralelo a la base y que pasa por el centro de masas, por tanto el momento de inercia es:

a) $\frac{mh^2}{36}$ b) $\frac{mh^2}{18}$ c) $\frac{mh^2}{6}$ d) $\frac{mbh}{6}$

SOL:

Se calcula el m.d.i. respecto de um eje paralelo que pase por la base y después se aplicará El teorema de Steiner.



En la figura está dibujada la chapa con su eje giro y una sección de base x y distancia y al eje de giro. Se puede observar que y es una variable que depende de donde coloquemos la sección, ya que puede estar más o menos del eje de giro. Los límites de esta variable son cero y la altura h. Fíjese que la base de la sección x es también una variable ya que su valor depende de donde está colocada la sección. Si está pegando al eje de giro x coincide con la base y es nula, si la sección está en el vértice del triángulo.

Por último ambas variables x e y no son independientes una de la otra sino que están relacionadas por la proporción que resulta de comparar los triángulos semejantes ABC y A'BC': $\frac{x}{b} = \frac{h-y}{h}$, de lo que $x = b\frac{h-y}{h}$. La masa de esa sección es $dm = \sigma.x.dy$.

Si se sustituye el valor anterior de x resulta: $dm = \sigma.b\frac{h-y}{h}.dy$

El momento de inercia de esta sección es $dI = y^2 dm = \sigma.b\frac{h-y}{h}y^2 dy$

y el del triángulo respecto al eje que pasa por la base es:

$$I = \int_0^h y^2 dm = \int_0^h \sigma.b\frac{h-y}{h}y^2 dy = \sigma\, b\left[\frac{h^3}{3} - \frac{h^3}{4}\right]_0^h = \frac{\sigma\, b\, h^3}{12}$$

Dado que la masa del triángulo es m= σ bh/2 resulta al sustituir en la anterior expresión

$$I = \frac{mh^2}{6}$$

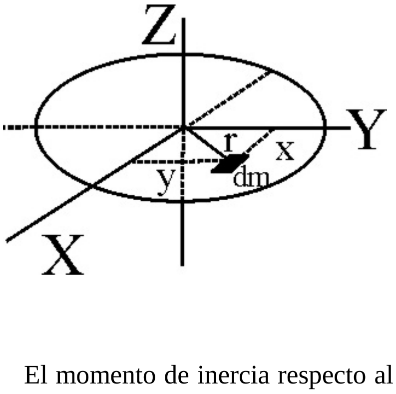
Si el eje pasa por el centro de masas del triángulo y es paralelo a la base hemos de recordar que el centro de masas del triángulo está situado en la altura y a una distancia de la base que vale h/3 y aplicar el teorema de Steiner o de los ejes paralelos: $I = I_{CM} + md^2$

En esta expresión I es el momento de inercia del triángulo respecto del eje que pasa por la base, I_{CM} el correspondiente a un eje paralelo al anterior y que pasa por el centro de masas, m la masa del triángulo y d la distancia entre ambos ejes que vale h/3. Por consiguiente: $I_{CM} = I - md^2 = (1/6)mh^2 - m(h/3)^2 = (1/18)mh^2$ que corresponde a la propuesta b

4.1.10. El momento de inercia de una chapa de forma circular (radio R y masa m) respecto a un eje de giro que coincide con uno de sus diámetros es:

a) $\frac{mh^2}{36}$ b) $\frac{mh^2}{18}$ c) $\frac{mh^2}{6}$ d) $\frac{mh^2}{4}$

SOL:



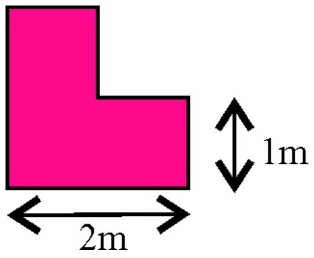
Para resolver este ejercicio podríamos seguir el método empleado en los anteriores que consiste en considerar una franja de sólido de espesor dy y luego integrar, sin embargo este procedimiento nos conduce a una integral algo difícil de resolver, por ello es preferible hacer uso del teorema de los ejes perpendiculares. En las siguientes figuras se representa el círculo con unos ejes coordenados. El elemento de masa dm dista x del eje Y e y del eje X, con lo cual podemos considerar sendos momentos de inercia sobre ambos ejes:

$$I_X = \int y^2 dm \,; \qquad I_Y = \int x^2 dm$$

dada la simetría de la figura se comprende que $I_x = I_Y$. Si se dibuja la figura en perspectiva con el eje Z. El momento de inercia respecto del eje Z viene dado por la integral

$$I_Z = \int r^2 dm = \int \left(x^2 + y^2\right) dm = I_X + I_Y = 2I_X$$

El momento de inercia respecto al eje elegido que coincide con el eje Z vale (1/2)mr^2, por tanto, el momento de inercia sobre uno de los diámetros es igual a $I_X = \frac{I_Z}{2} = \frac{1/2\, mr^2}{2} = \frac{mr^2}{4}$. Es correcta la respuesta <u>d.</u>

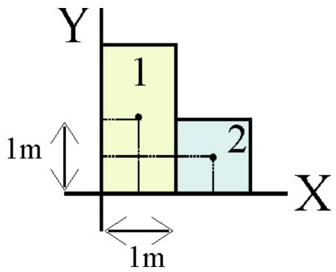


4.1.11. Una superficie plana tiene la forma y dimensiones indicadas en la figura. Si existe un eje de rotación que pasa por el centro de masas y es perpendicular a ella, el momento de inercia es:

a) 2m/9 b) 3m/9 c) 4m/9 d) 5m/9

SOL:

En primer lugar vamos a situar el centro de masas de la figura, para ello la dividimos en dos partes que están señaladas en la figura como 1 y 2.



Los centros de masas de ambas partes tienen las siguientes coordenadas:
Figura 1 (0,5 1). Figura 2 (1,5 0,5)
y sus respectivas masas son: $m_1= 2\sigma$, $m_2= \sigma$, siendo σ la densidad superficial del material.

Las coordenadas del centro de masas de la figura son:

$$x_{CM} = \frac{2\sigma \cdot 0{,}5 + 1\sigma \cdot 1{,}5}{3\sigma} = \frac{2{,}5}{3} m \ ; \ y_{CM} = \frac{2\sigma \cdot 1 + 1\sigma \cdot 0{,}5}{3\sigma} = \frac{2{,}5}{3} m$$

Los momentos de inercia de 1 y 2 respecto de un eje que pase por su centro de masas y sea paralelo al eje X es, de acuerdo con lo visto en 4.1.10. :

$$\left(I_1\right)_x = \frac{\sigma b h^3}{12} = \frac{\sigma \cdot 1 \cdot 2^3}{12} = \frac{2\sigma}{3} \quad ; \quad \left(I_2\right)_x = \frac{\sigma b h^3}{12} = \frac{\sigma \cdot 1 \cdot 1^3}{12} = \frac{\sigma}{12}$$

La distancia del centro de masas de 1 al centro de masas del conjunto de las dos figuras es: d_1=1-(2,5/3)= 0,5/3 metros., y de la parte 2: d_2= (2,5/3)-0,5= 1/3 metros.
Aplicamos el teorema de Steiner a las partes 1 y 2:

$$I_x = \left(I_1\right)_x + m_1 d_1^2 + \left(I_2\right)_x + m_2 d_2^2 = \frac{2\sigma}{3} + 2\sigma \cdot \left(\frac{0{,}5}{3}\right)^2 + \frac{\sigma}{12} + \sigma \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{9\sigma}{12} + \frac{0{,}5\sigma}{9} + \frac{\sigma}{9} = \frac{9\sigma}{12} + \frac{1{,}5\sigma}{9} = \frac{27\sigma + 6\sigma}{36} = \frac{33\sigma}{36} = \frac{11\sigma}{12}$$

dado que m=3σ , I_x= 11m/36
Si ahora realizamos un cálculo similar pero respecto de los ejes de las partes 1 y 2 paralelos al eje Y resulta:

$$\left(I_1\right)_y = \frac{\sigma b h^3}{12} = \frac{\sigma \cdot 2 \cdot 1^3}{12} = \frac{\sigma}{6} \quad ; \quad \left(I_2\right)_y = \frac{\sigma b h^3}{12} = \frac{\sigma \cdot 1 \cdot 1^3}{12} = \frac{\sigma}{12}$$

La distancia del centro de masas de 1 al centro de masas del conjunto de las dos figuras es: d_1= (2,5/3)-0,5= 0,5/3 metros. Y la de la parte 2: d_2= 1,5-(2,5/3)= 2/3 metros.

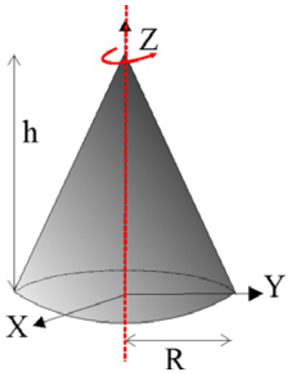
Aplicamos el teorema de Steiner a las partes 1 y 2:

$$I_y = \left(I_1\right)_y + m_1 d_1^2 + \left(I_2\right)_y + m_2 d_2^2 = \frac{\sigma}{6} + 2\sigma \cdot \left(\frac{0{,}5}{3}\right)^2 + \frac{\sigma}{12} + \sigma \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{3\sigma}{12} + \frac{0{,}5\sigma}{9} + \frac{4\sigma}{9} = \frac{3\sigma}{12} + \frac{4{,}5\sigma}{9} = \frac{9\sigma + 18\sigma}{36} = \frac{27\sigma}{36} = \frac{9\sigma}{12}$$

dado que m=3σ , I_y= 9m/36
De acuerdo con el teorema de los ejes perpendiculares resulta:

$I_z= I_x+I_y$= 11m/36+9m/36= 5m/9, que corresponde a la propuesta d



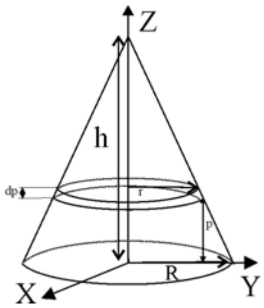
4.1.12. El momento de inercia de un cono de radio de la base R y altura h respecto a un eje que pasa por su vértice y por el centro de la base es:

a) $\dfrac{mR^2}{10}$ b) $\dfrac{3mR^2}{10}$ c) $\dfrac{7mR^2}{10}$ d) mR^2

SOL:

Escogemos una sección del cono que tiene de radio r y altura p, tal como se indica en la figura. Esa sección tiene un espesor infinitesimal dp. Se observa que p y r son variables ya que podemos escoger la situación de esa sección más cerca o más lejos de la base del cono, así los valores extremos de la variable p son cero y h. Las variables p y r no son independientes sino que pueden relacionarse mediante la proporción:

h/R = (h-p)/r y de aquí p = h(1-r/R)



El momento de inercia de la sección escogida respecto del eje que atraviesa el cono es:

dI= (1/2)r^{2}dm, puesto que corresponde a un disco que tiene radio r y masa dm.

El momento de inercia del cono es la suma de las secciones en que lo dividimos, esto es:

$$I = \int \frac{r^2 dm}{2}$$

Ahora el problema consiste en resolver la anterior integral. Podemos escribir que:

dm = ρ dV siendo ρ la densidad del material del cono y dV el volumen de la sección escogida.

dm = ρ dV = ρ .**B**r^2.dp, llevado a la integral resulta:

$$I = \int \frac{r^2 dm}{2} = \int \frac{\rho \pi r^4}{2} dp$$, como p = h(1-r/R); dp = - (h/R)dr, finalmente:

$$I = \int_R^0 \frac{-\pi \rho h}{2R} r^4 dr = -\frac{\pi \rho h}{2R}\left[\frac{r^5}{5}\right]_R^0 = \frac{\pi \rho h}{10} R^4 = \frac{\pi \rho h}{10} R^2 \cdot R^2$$

$$Como \quad m = \frac{1}{3}\pi R^2 h \rho \Rightarrow 3m = \pi R^2 h \rho \qquad =$$

$$I = \frac{mR^2}{10}$$

que coincide con la propuesta b

4.1.13. Si un sólido rígido tiene el mismo momento de inercia respecto a los tres ejes cartesianos que pasan por el centro de masas, podrás asegurar que este cuerpo es:

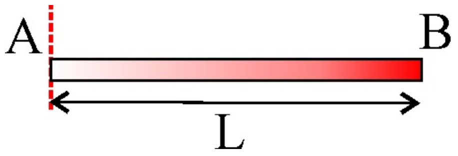
a) UNA ESFERA MACIZA b) UN CILINDRO MACIZO

c) UNA CORTEZA ESFÉRICA d) UN ARO

e) NO SE PUEDE PRECISAR

SOL:

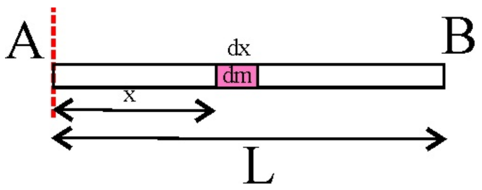
Las soluciones correctas serán la a y la c, puesto que el m.d.i. depende de la distribución de la masa y de su distancia al eje de giro. En este caso por razones de simetría, las únicas figuras consideradas que cumplen estas condiciones son la esfera maciza y la corteza esférica con independencia del diámetro que se pueda tomar. También un cubo cumpliría la condición del enunciado



4.1.14. Una varilla delgada tiene una masa M y una longitud L. La densidad crece uniformemente desde un extremo A hasta el otro B de tal modo que la densidad en el extremo B es doble que en el A. Si la varilla posee un eje perpendicular a la misma y que pasa por el extremo A, el momento de inercia respecto a ese eje, vale:

a) $\dfrac{ML^2}{18}$ b) $\dfrac{5ML^2}{18}$ c) $\dfrac{7ML^2}{18}$ d) $\dfrac{11ML^2}{18}$

SOL:



Sea λ_o la densidad lineal en A y λ en cualquier punto situado a x de A, y de acuerdo con el enunciado $\lambda = \lambda_o + \lambda_o \dfrac{x}{L}$ La masa de un elemento dm situado a una distancia x de A, será: $dm = \lambda \cdot dx = \left(\lambda_o + \lambda_o \dfrac{x}{L}\right)dx$ y la masa de toda la varilla es

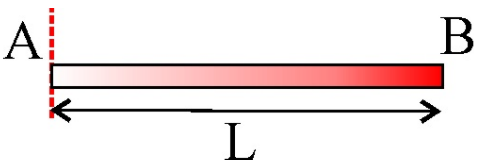
$$M = \int_o^L \left(\lambda_o + \lambda_o \frac{x}{L}\right)dx = \frac{3}{2}\lambda_o L$$

Para hallar el m.d.i $\quad I = \int x^2 dm = \int_0^L x^2\left(\lambda_o + \lambda_o \dfrac{x}{L}\right)dx = \dfrac{7}{12}\lambda_o L^3$

Para ponerlo en función de la masa total de la varilla.

$$I = \frac{7}{12}\lambda_o L^3 = \left(\frac{3}{2}\lambda_O L\right)\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{7}{12}L^2\right) = M\,\frac{7}{18}L^2 = \frac{7}{18}ML^2$$

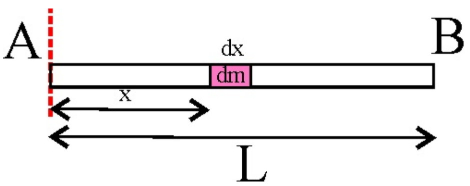
La respuesta correcta es la c)



4.1.15. Una varilla delgada tiene una masa M y una longitud L. La densidad crece de forma directamente proporcional a su longitud desde un extremo A hasta el otro B. Si la varilla posee un eje perpendicular a la misma y que pasa por el extremo A, el momento de inercia respecto a ese eje, vale:

a) $\dfrac{ML^2}{3}$ b) $\dfrac{5ML^2}{3}$ c) $\dfrac{7ML^2}{3}$ d) $\dfrac{ML^2}{2}$

SOL:



Si suponemos que la densidad lineal es λ, y crece proporcionalmente a su longitud, si consideramos una longitud x, su densidad λ será kx, siendo k la constante de proporcionalidad. Consideremos un elemento de masa dm, de longitud dx, situado a una distancia x del eje A (véase la figura), y con la densidad dada, dicha masa sería $dm = \lambda\, dx = kx\, dx$, y el momento de inercia respecto a A, $I = \int_0^L x^2 dm = \int_0^L kx^3\, dx = k\left[\dfrac{x^4}{4}\right]_0^L = \dfrac{kL^4}{4}$. Por otra parte la masa de toda la barra se calculará $M = \int_0^L dm = \int_0^L kx\, dx = k\left[\dfrac{x^2}{2}\right]_0^L = \dfrac{kL^2}{2}$. Si sustituimos el valor de M, nos queda que I=$\dfrac{ML^2}{2}$ como se indica en d.

4.1.16. Un cilindro A, un cilindro hueco (corteza) B, una esfera C, un aro D, y una esfera hueca (corteza) E, de la misma masa m y radio R, pero diferente material, se hacen rodar por una mesa. Sus momentos de inercia respectivos estarán ordenados así:

a) A=B=C=D=E　　b) D>B>E>C>A

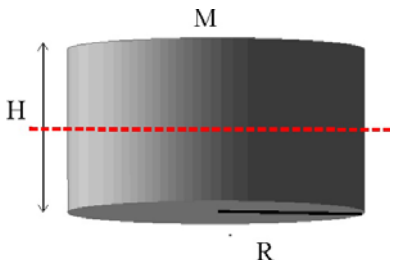
c) D=B=E>A>C　　d) D=B>E>A>C

Datos: Momento de inércia de una esfera hueca $I = \frac{2}{3}mR^2$;

Momento de inércia de una esfera maciza $I = \frac{2}{5}mR^2$

SOL:

Los momentos de inercia de un cilindro hueco (corteza) al suponerse toda la masa concentrada en la periferia, tiene un momento de inercia respecto a un eje que pasa por su c.d.m. I = mR², al igual que un aro y por lo tanto $I_B = I_D$. Sin embargo en el caso de una corteza esférica o esfera hueca, I_E = 2mR²/3 = 0,66mR². Los momentos de inercia de los cuerpos no huecos homogéneos cilindro y esfera son respectivamente: I_A= mR²/2 = 0,5mR² y I_C= 2mR²/5 = 0,4mR², independientemente del material del que están hechos. Por lo tanto el ordenamiento se hará: $I_B=I_D>I_E > I_A> I_C$, tal como indica la propuesta d.



4.1.17. Si un cilindro de masa M y radio R, lo atraviesas por un diámetro en el punto medio de su altura H, con un alambre rígido que sostienes por sus extremos y la hacer girar el momento de inercia en ese caso será:

a) MR^2/2　　b) MR^2/4

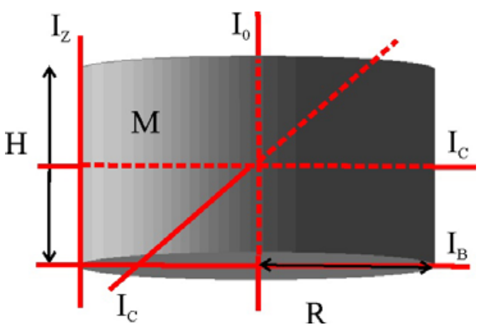
c) DEPENDERÁ DE LA ALTURA　　d) MR^2

SOL:

Se tratará de aplicar el teorema de los ejes perpendiculares, $I_Z = I_X + I_y$,ya que el de giro en este caso I_Z es perpendicular a todos los ejes perpendiculares a su generatriz y que pasan por el centro de masa (eje por el punto medio de sus bases) Si se toman dos ejes perpendiculares entre sí, los momentos de inercia respecto de ellos serán iguales, llamémoslos I_X e I_Y y con I_Z, al m.d.i. respecto del eje de simetría del cilindro y puesto que $I_Z = MR^2/2$ y también $I_Z = I_X + I_y = 2I_x$ en este caso el momento de inercia respecto al eje perpendicular vale: $I_z = \frac{MR^2/2}{2} = \frac{MR^2}{4}$ independientemente de la altura del cilindro. Por ello la única respuesta correcta es la b.

4.1.18. Si dispones de un cilindro de radio R igual a su altura, podrás determinar que la relación entre los momentos de inercia de éste, respecto a un eje tangente a su perímetro, y de otro perpendicular al dado que pasa por el centro de una de las bases es:

a) 1/2　　b) 2　　c) 3/2　　d) 3



SOL:

Según el dibujo adjunto, el momento de inercia I_Z, se puede calcular aplicando el teorema de Steiner. Así $I_Z = I_0$ + mR² = mR²/2 + mR² = 3mR²/2. Mientras que I_B, se puede determinar aplicando el teorema de ejes perpendiculares junto el de Steiner.

Por el primero calcularíamos I_C , esto es el momento de inercia respecto a un eje perpendicular al que pasa por el c.d.m.= mR²/4 (la suma de los dos momentos de inercia iguales, debidos a ejes perpendiculares deberá ser igual a mR²/2). Aplicando el teorema de Steiner determinaríamos $I_B=I_C$+ m(h/2)². Como H=R, I_B = mR²/4 + mR²/4 = mR²/2. Por lo tanto I_Z/I_B=3. La respuesta correcta será la d.