3.5. CHOQUE I

3.5.1. Para que se produzca una colisión entre varios puntos materiales móviles, situados en un sistema de referencia de laboratorio, hace falta que:

a) EL CENTRO DE MASAS DEL SISTEMA NO SE MUEVA
b) LOS VECTORES DE POSICIÓN DE TODOS ELLOS TENGAN EL MISMO MÓDULO EN EL MOMENTO DE LA COLISIÓN
c) LOS VECTORES DE POSICIÓN DE TODOS ELLOS SEAN IGUALES EN EL INSTANTE DEL CHOQUE
d) SUS VELOCIDADES SEAN IGUALES Y CON SENTIDOS CONTRARIOS
e) TENGAN UN MOVIMIENTO UNIFORME

SOLUCIÓN

Para que se produzca una colisión de varios puntos móviles, hace falta que en el mismo instante, sus vectores de posición sea iguales, de esa forma los puntos estarán en ese instante en el mismo sitio y se producirá la colisión. Es correcta sólo la propuesta c.

3.5.2. Según como se produzca la colisión y las pérdidas energéticas que tengan lugar en ella, las colisiones pueden ser frontales, oblicuas, perfectamente elásticas, completamente inelásticas o plásticas y parcialmente elásticas. Cuando en un cruce, cierto conductor no respeta el semáforo y su coche se empotra sobre un camión que marchaba por su calzada, siendo arrastrado por este unos cuantos metros, dicha colisión será:

a) FRONTAL Y PERFECTAMENTE ELÁSTICA
b) OBLICUA Y PARCIALMENTE ELÁSTICA
c) OBLICUA Y PLÁSTICA
d) OBLICUA Y PERFECTAMENTE ELÁSTICA
e) NADA DE LO DICHO

SOLUCIÓN

Dado que las direcciones de los móviles que colisionan son perpendiculares, la colisión no puede ser frontal, sino oblicua, y dado que después del choque la velocidad de ambos vehículos es la misma, será perfectamente inelástica o plástica, por lo que sólo será correcta la propuesta c.

3.5.3. En una colisión oblicua y completamente inelástica:

a) SE CONSERVA LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO TOTAL DEL SISTEMA
b) SE CONSERVA LA ENERGÍA TOTAL DEL SISTEMA
c) SE CONSERVA LA ENERGÍA SÓLO EN EL SISTEMA DEL CENTRO DE MASAS
d) SE CONSERVA LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO SÓLO EN EL SISTEMA DEL CENTRO DE MASAS
e) SÓLO SE CONSERVA LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN UNA DETERMINADA DIRECCIÓN

SOLUCIÓN

Lo único que se conserva es la cantidad de movimiento o momento lineal del sistema.

3.5.4.* Dadas dos masas puntuales A y B, de 10 y 20 kg. respectivamente y con vectores de posición en metros, $\vec{r}_A = (2t-3)\vec{i}$, $\vec{r}_B = (t+5)\vec{i}$, dirás de ellas que:

a) SE MUEVEN CON MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME CON VELOCIDADES RESPECTIVAS DE $2\vec{i}$ Y $\vec{i}$ m/s.
b) EN EL INSTANTE INICIAL ESTÁN SEPARADAS 8m.
c) COLISIONARÁN AL CABO DE 8s.
d) EL PUNTO DE ENCUENTRO TENDRÁ COMO VECTOR DE POSICIÓN $\vec{r} = 13\vec{i}$
e) SI AL CHOCAR PERMANECIERÁN JUNTAS, SU VELOCIDAD POSTERIOR SERÍA 4/3 $\vec{i}$ m/s.

SOL:

Como $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{v}_A = 2\vec{i}$ ms^{-1} y $\vec{v}_B = \vec{i}$ ms^{-1}, siendo el movimiento rectilíneo y uniforme.

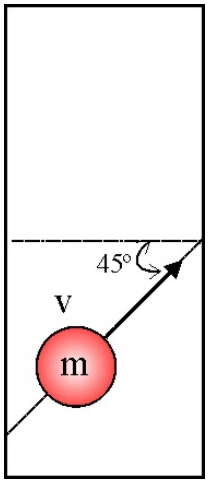
La separación entre ellas $\vec{d} = \vec{r}_B - \vec{r}_A = (t+5)\vec{i} - (2t-3)\vec{i} = (-t+8)\vec{i}\ m$ Para t=0 , $\vec{d} = 8\vec{i}\,m$.

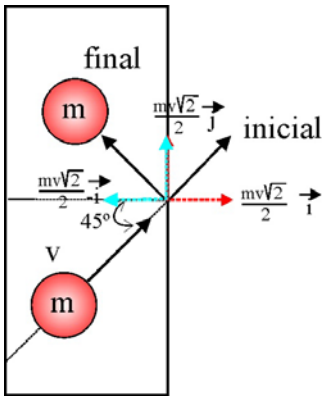
Para que colisionen hace falta que: $\vec{r}_A = \vec{r}_B$, 2t-3 = t+5, t=8s.

En estas condiciones, $\vec{r}_A = \vec{r}_B = \vec{r}$ = (8+5)$\vec{i}$ = 13$\vec{i}$ m, que será el vector de posición del lugar donde ocurre la colisión.

Si al chocar quedan juntas quiere decir que la colisión es inelástica, y por lo tanto la velocidad final es común para ambas partículas. La conservación de la cantidad de movimiento implica que :

$m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B = (m_A + m_B)\vec{v}$; $\vec{v} = \frac{m_A\vec{v}_A + m_B\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{10.2\vec{i} + 20.\vec{i}}{30m} = \frac{4\vec{i}}{3}\ ms^{-1}$. Por lo tanto todas las propuestas son válidas.





3.5.5.El comportamiento ideal de las moléculas de los gases implica que no existen fuerzas de interacción entre ellas y que sus colisiones son perfectamente elásticas. La presión que ejerce un gas es una manifestación de dichas colisiones. Si una molécula de masa m, y módulo de su velocidad v, colisiona formando un ángulo de $45°$, con la pared del recipiente que la contiene, dirás que la variación de su cantidad de movimiento en la colisión tiene por módulo:

a) 2mv b) mv c) 0 d) mv$\sqrt{2}$

SOL:

Cuando la colisión es oblicua contra una pared, sólo se modifica la componente de la velocidad movimiento perpendicular a ella.

La componente de la velocidad perpendicular a la pared de la bola que choca contra ella es:

$$-v\cos 45^o\,\vec{i} = -v\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}$$

La componente perpendicular a la pared de la bola cuando rebota es:

$$v\cos 45^o\,\vec{i} = v\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}$$

La variación de la cantidad de movimiento es.

$$\Delta\vec{p} = mv\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \left(-mv\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}\right) = mv\sqrt{2}\,\vec{i} \quad \Rightarrow \quad \Delta p = mv\sqrt{2}$$

La opción correcta es la d

3.5.6. El primer reactor nuclear, comenzó a funcionar debajo de un campo de rugby, en Chicago, el 2 de diciembre de 1942. La frase clave que dirigió el director del proyecto, Enrico Fermi al presidente Roosvelt fue: "El navegante italiano ha penetrado en el nuevo mundo". 50 años después y no cinco siglos, se puede recordar que los neutrones para que pudieran fisionar los núcleos de uranio, debían colisionar con los de carbono en la forma de grafito (moderador del reactor), cuya masa era doce veces mayor, para frenar su velocidad, de 10.000 km/s a 600km/s. Si el frenado de los neutrones se produjo por colisión elástica con los núcleos de carbono, el número de colisiones sucesivas frontales y perfectamente elásticas para lograrlo serían:

a) 17 b) 15 c) 6 d) 100

SOL:

Newton hace aproximadamente 350 años, demostró que en los choques elásticos entre dos cuerpos se cumplía que:

$v_1+v_1' = v_2'+v_2$ siendo los valores con prima las velocidades después de la colisión de los cuerpos 1 y 2.

Si esta expresión se sustituye en la conservación de la cantidad de movimiento del sistema de los dos cuerpos, considerada sin carácter vectorial, se llegan a las fórmulas:

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad \text{y} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

Refiriéndose el cuerpo 1 al neutrón en movimiento y el cuerpo 2 al carbono, en reposo y por lo tanto $v_2=0$, y $m_2=12m_1$.Con lo cual las expresiones anteriores se convierten en :

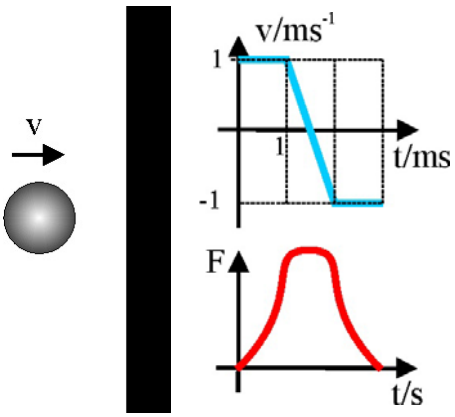
$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad \text{y} \quad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Como $m_2=12m_1$,$v_1'= [(m_1-12m_1)/(13m_1)]v_1= -11v_1/13$.

En la segunda colisión después de un rebote elástico $v_1"= -11v_1'/13 =(-11/13)^2v_1$.

Para n colisiones y considerando los valores modulares, $v_1n=(11/13)^nv_1$.

Para una velocidad final de 600 km/s e inicial de 10.000 km/s. Sustituyendo en la expresión anterior simplificando y extrayendo logaritmos : log0.066= n log(11/13) ; n = -1,2218 /- 0,07255 = 16,8 . Por lo tanto el número de colisiones necesarias para que el neutrón sea "lento" y produzca la fisión del uranio, será de 17, tal como indica la opción a.



3.5.7*.Si una esfera de acero de masa m, con una velocidad de 1m/s, choca frontalmente contra una pared del mismo material, y las fuerzas elásticas que intervienen durante la colisión así como la velocidad de la esfera, varían según las gráficas dadas, podrás asegurar que :

a) EL CHOQUE FUE PERFECTAMENTE ELÁSTICO
b) LA DURACIÓN DEL CHOQUE FUE DE 0,001 s
c) LA VARIACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO ES DE $2m\vec{i}$ kg.m/s
d) LA FUERZA MEDIA CON QUE GOLPEÓ LA ESFERA A LA PARED FUE DE 1000N
e) EL MÓDULO DE LA FUERZA MEDIA ES LA SUPERFICIE ABARCADA POR LA CURVA DE LA GRÁFICA $\vec{F}$/t , DIVIDIDA POR EL TIEMPO

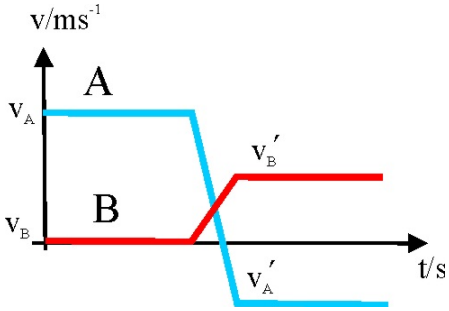
SOL:

Puesto que la velocidad se invierte después de la colisión sin modificar su valor, el choque fue elástico, y su duración dependerá del tiempo de actuación de las fuerzas elásticas, que como se observa en la gráfica fue de 1 ms= 0,001s.

La variación de la cantidad de movimiento será $m.1\vec{i}$ - (m. $-\vec{i}$) = $2m\vec{i}$ kg.m/s.

La variación de la cantidad de movimiento mide el impulso efectuado por la fuerza F variable, en el tiempo de actuación de 0,001s, que se puede calcular a través de la superficie abarcada en la gráfica F/t.

Por lo tanto $\vec{F}$ = variación de la cantidad de movimiento/tiempo de actuación= $2m\vec{i}$ /0,001 = $2000m\vec{i}$ N. Según lo expuesto las propuestas válidas serán la a,b,c,y e.



3.5.8.Si un cuerpo A de masa m_1 choca , con otro B, en reposo, de masa m_2, y éste a causa de la colisión elástica y frontal comienza a moverse con una velocidad que es la mitad de la que tenía A, podrás asegurar que la masa de A es:

a) EL DOBLE QUE LA DE B b) EL TRIPLE DE LA DE B

c) LA MITAD QUE LA DE B

d) LA TERCERA PARTE QUE LA DE B

SOL:

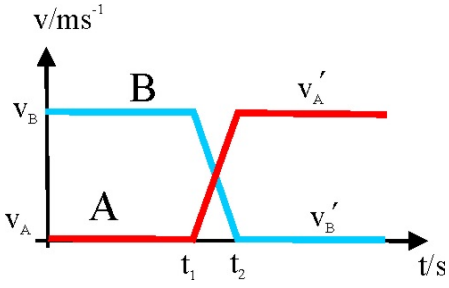
En el choque perfectamente elástico y frontal al conservarse la cantidad de movimiento y la energía cinética, las velocidades después de la colisión, en función de las iniciales serán :

$$v'_A = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_A + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_B \quad \text{y} \quad v'_B = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_A - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_B$$

Como $v_B = 0$ $v'_A = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_A$ y $v'_B = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_A$

Si $v_B' = v_A/2$, $v_A/2 = [2m_1/(m_1+m_2)]v_A$

$m_1+m_2 = 4m_1$, $m_2=3m_1$, y $m_1=m_2/3$, tal como se señala en la propuesta d



3.5.9*.La gráfica v/t dada hace referencia a la variación de las velocidades con el tiempo de dos cuerpos A y B, que colisionan frontalmente. El análisis de la misma así como la aplicación de los conocimientos que ya posees sobre la física del choque de cuerpos te hará asegurar que :

a) EL CHOQUE SE PRODUJO EN EL INTERVALO DE TIEMPO t_2-t_1

b) LA COLISIÓN FRONTAL ES PERFECTAMENTE ELÁSTICA

c) EL CHOQUE FUE FRONTAL PARCIALMENTE INELÁSTICO

d) LA MASA A ES IGUAL A LA DE B

SOL:

La observación de la gráfica permite argumentar que :

A estaba en reposo antes de t_1 cuando comenzó a verificarse la colisión en la que la interacción elástica termina en t_2, intercambiando B su velocidad con A, manteniendo su módulo y sentido, y quedando B en reposo. Si el módulo de la velocidad no varía es evidente que tampoco lo hace la energía cinética, por lo cual la colisión es perfectamente elástica. Si aplicas la fórmula de velocidades finales a la colisión frontal y perfectamente elástica de la cuestión anterior, tendremos:

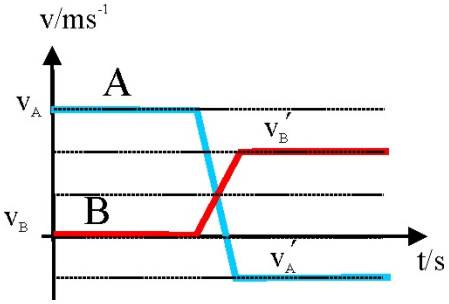
$$v'_A = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_A + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_B \quad \text{y} \quad v'_B = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_A - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_B$$

Como $v_A = 0$

$v_A' = [2m_2/(m_1+m_2)]v_B$.

Si $v_A' = v_B$, $2m_2 = m_1+m_2$, de lo que $m_2 = m_1$

Por lo tanto las soluciones correctas serán las a, b,y d.



3.5.10.Dada la gráfica v/t de dos cuerpos móviles A y B de masas m_1 y m_2 ,en un referencial de laboratorio que colisionan frontal y elásticamente, podrás asegurar que la relación de sus masas es :

a) LA MITAD b) LA TERCERA PARTE

c) EL DOBLE d) EL TRIPLE

SOL:

Si la colisión es frontal, perfectamente elástica y unidireccional, las fórmulas a emplear para las velocidades finales serán:

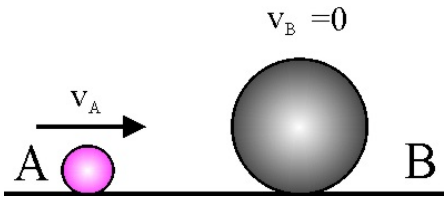
$v_A' = [(m_1-m_2)/(m_1+m_2)]v_A + [2m_2/(m_1+m_2)]v_B$ (I)

$v_B' = [2m_1/(m_1+m_2)]v_A - [(m_1-m_2)/(m_1+m_2)]v_B$ (II). Como $v_B = 0$

$v_A' = [(m_1-m_2)/(m_1+m_2)]v_A$ (III) y $v_B' = [2m_1/(m_1+m_2)]v_A$ (IV) .

Si $v_B' = 2v$ $v_A = 3v$,$2v = [2m_1/(m_1+m_2)]3v$

Al simplificar y desarrollar $2m_1+2m_2=6m_1$, $m_1=m_2/2$,que corresponde a la propuesta a.



3.5.11.Si un cuerpo A de masa m choca con otro B, en reposo, de masa 9m, de forma frontal y perfectamente inelástica podrás asegurar que en el choque:

a) A SE PARA Y B SE MUEVE

b) A TRASMITE A B ES LA DÉCIMA PARTE DE LA ENERGÍA QUE TENÍA

c) A DISMINUYE SU VELOCIDAD HASTA UN DÉCIMO DE LA QUE TENÍA

d) LA ENERGÍA EMPLEADA EN TRABAJO DE DEFORMACIÓN ES 9/10 DE LA QUE TENÍA A

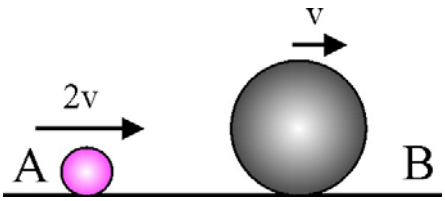
SOL:

Si la colisión es inelástica y suponemos que la velocidad de A es $\vec{v}$, tendremos que al conservarse la cantidad de movimiento, y permanecer juntos después del choque con la misma velocidad final $\vec{v}_f$:

$m\vec{v} + 9m.0 = (m+9m)\ \vec{v}_f$; $\vec{v}_f = \vec{v}/10$, que coincide con la opción c, invalidando la a.

La energía cinética inicial corresponde a la que tenía A = $mv^2/2$, mientras que la que tiene B después de la colisión será : $9mv^2/100.2$. La relación entre la energía trasmitida por A a B, y la que tenía inicialmente A, será : $(9mv^2/200) / (mv^2/2) = 9/100$ que no corresponde a la propuesta b.

La energía empleada en trabajo de deformación será la diferencia energética : Energía cinética inicial - Energía cinética final = $mv^2/2 - 10m\ v^2/2.100 = (mv^2/2)(1 - 1/10) = 9/10\ (mv^2/2)$, que confirma la opción d .



3.5.12.Si un cuerpo A de masa m y velocidad $2\vec{v}$, choca frontal inelásticamente con B, de masa 9m y velocidad $\vec{v}$, la energía empleada en trabajo de deformación será respecto a la que tenía inicialmente A:

a) EL DOBLE b) LA MITAD c) EL CUÁDRUPLE

d) LA QUINTA PARTE e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Razonando como en la cuestión anterior, tendremos $m.2\vec{v} + 9m.\ \vec{v} = (m+9m)\ \vec{v}_f$; $\vec{v}_f = 11\vec{v}/10 = 1{,}1\vec{v}$

La energía cinética antes de la colisión del sistema será = $m.4v^2/2$ (de A) + $9m.v^2/2$ (de B) = $13mv^2/2$.

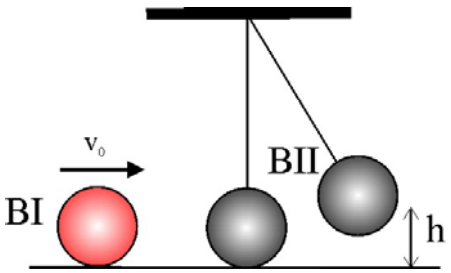
La energía cinética del sistema después de la colisión será = $(m+9m)\ 1{,}1^2v^2/2 = 12{,}1mv^2/2$.

El trabajo de deformación = $13mv^2/2 - 12{,}1mv^2/2 = 0{,}45mv^2$.

La relación entre la energía empleada en trabajo de deformación y la que tenía inicialmente A, será: $0{,}45mv^2/2mv^2 = 0{,}45/2$, equivalente a 9/40 que no coincide con nada de lo expuesto, por lo que la respuesta correcta será la e. .

También se podría resolver rápidamente dado que el trabajo de deformación = masa reducida. cuadrado de velocidad relativa/2 = $[m.9m/(m+9m)](2v-v)^2/2 = 9mv^2/20$.

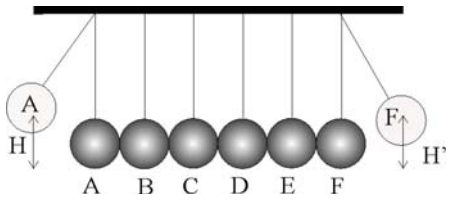
Si lo dividimos entre la energía inicial de A ($2mv^2$), nos dará 9/40, que corresponde a la opción e.



3.5.13. Si el bloque I de la figura lanzado con una velocidad $\vec{v}_0$ y con coeficiente de rozamiento con el suelo prácticamente despreciable, colisionan elásticamente con el bloque II, de la misma masa suspendido de un hilo inextensible, al mismo nivel que I, la altura h a la que asciende aquél, vendrá dada por la expresión:

a) $v_0^2/8g$ b) $v_0^2/4g$ c) $v_0^2/2g$ d) $v_0^2/2mg$

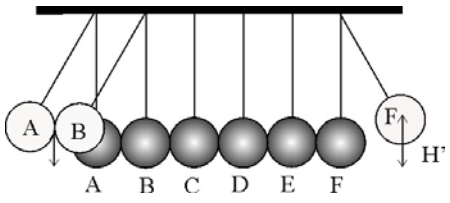
Si empleamos las fórmulas (III) y (IV) de la cuestión 3.6.7. para colisión elástica cuando la segunda masa tiene v=0, la velocidad final de II, será $v_{II}'= [2m/(m+m)]v_0 = v_0$. Si la energía cinética después de la colisión se convierte en potencial. $mv_0^2/2 = mgh$, $h = v_0^2/2g$, como se indica en c.



3.5.14.En la introducción de cierto programa de televisión habrás podido observar como, si en una serie de péndulos iguales y situados paralelamente, tomas el de la izquierda A, lo desplazas hasta una altura H y lo sueltas colisionando con B, el del extremo contrario F se eleva hasta una altura H'. Este experimento ya fue realizado y estudiado por Mariotte a mediados del siglo XVIII. Si H' = H , es necesario que :

a) TODAS LAS MASAS SEAN IGUALES
b) TODAS LAS COLISIONES DEBEN SER ELÁSTICAS
c) LOS CENTROS DE LAS ESFERAS TIENE QUE ESTAR ALINEADOS
d) NO DEBE PRODUCIRSE RUIDO EN LA COLISIÓN
e) TODAS LAS ESFERAS DEBEN ESTAR EN CONTACTO

SOL:
Si aplicamos las fórmulas (III) y (IV), de la cuestión 3.6.7.
$v_A'= [(m_1-m_2)/(m_1+m_2)]v_A$ (III)
$v_B'= [2m_1/(m_1+m_2)]v_A$ (IV) . Si las masas son iguales $v_A'=0$ y $v_B'=v_A$, o sea que los péndulos intercambian sus velocidades, por colisión frontal y perfectamente elástica, si el segundo está parado y si sus masas son iguales. Sólo en estas condiciones.
Al colisionar B con C, ocurriría lo mismo y así sucesivamente, hasta la última F, cuya velocidad después de la colisión sería exactamente la misma que v_A. La energía cinética de F se convertiría en potencial alcanzando una altura H' que será igual que H.
Si se produjera ruido en la colisión parte de la energía cinética se convertiría en energía vibracional y energía acústica, no conservándose la energía cinética, y siendo H'< H. Por lo tanto todas las propuestas son correctas.



3.5.15.Si en el experimento anterior, con 6 péndulos iguales, tomas las esferas A y B, las elevas hasta una altura H, y las sueltas colisionando elásticamente con C:

a) LA F SE ELEVA HASTA UNA ALTURA H'= 2H
b) LA F SE ELEVA DE FORMA QUE EL ÁNGULO DE SEPARACION SEA DOBLE DEL QUE SERÍA SI SÓLO COLISIONASE A
c) ASCIENDEN LAS ESFERAS E Y F HASTA UNA ALTURA H'=H
d) NO OCURRE NADA PUES SE COMPENSAN LAS COLISIONES
e) A, SE ELEVA POR LA IZQUIERDA Y F, POR LA DERECHA HASTA UNA ALTURA H'=H

SOL:
Aunque aparentemente simultáneas, las colisiones son sucesivas, trasmitiéndose muy rápidamente. De forma que la esfera C sufre un primer impulso debido al choque de B, parándose B, tal como se demostró en la cuestión anterior y trasmitiendo C el impulso a D, pero B recibe nuevo impulso con la colisión de A volviendo a golpear a C que se había detenido propagando el nuevo impulso. Por lo tanto al llegar al final de la cadena, primero se eleva F, y en un tiempo imperceptible después E, hasta la misma altura a la que se habían elevado A y B, o sea H. Por lo tanto la única propuesta correcta es la c.

3.5.16.En una mesa de billar, sin rozamiento y suponiendo una rotación nula, se lanza una bola blanca B con una velocidad v, sobre otra negra N de la misma y en reposo. Después de la colisión frontal y perfectamente elástica, podrás asegurar que las velocidades de las bolas blanca y negra después de la colisión son respectivamente:

a) 0 y v b) v y 0 c/ v/2 y v/2 d) v y v

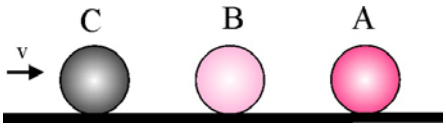
SOL:

Como el choque es frontal y perfectamente elástico $v_B' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_B + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_N$ y $v_N' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_B - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_N$.

Como $v_N = 0$ y las masas son iguales

$$v_B' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_B = 0 \qquad \text{y} \qquad v_N' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_B = v_B = v\,.$$

Por lo tanto la propuesta correcta es la a



3.5.17.En una mesa de billar se encuentran 3 bolas de masas iguales, A, B y C. Inicialmente dos bolas A y B, están en reposo y separadas. Se lanza con una velocidad de módulo v, una tercera bola C, alineada con A y B, de forma que choque elásticamente primero con B y después ésta con A. Si se desprecian los posibles rozamientos con el fieltro de la mesa, y la rotación de las bolas, podrás asegurar que después de las colisiones:

a) EL MÓDULO DE LA VELOCIDAD DE LAS 3 BOLAS ES EL MISMO
b) LAS BOLAS C Y B SE DETIENEN Y SÓLO SE MUEVE A,CON VELOCIDAD $\vec{v}$.
c) B SE DETIENE, A SE MUEVE CON VELOCIDAD $\vec{v}$ Y C REBOTA CON UNA VELOCIDAD -$\vec{v}$
d) B SE DETIENE, A SE MUEVE CON VELOCIDAD $\vec{v}$/2 Y C REBOTA CON VELOCIDAD -$\vec{v}$/2
e) LAS TRES ESFERAS SE DESPLAZAN CON UNA VELOCIDAD $\vec{v}$/3

SOL:

Si primero colisiona elásticamente C con B, y si las masas iguales, aplicando la fórmula resumen de los dos principios de conservación y siendo v_B y v_C las velocidades respectivas antes del choque

$$v_C' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_C + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_B$$

$$v_B' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_C - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_B$$

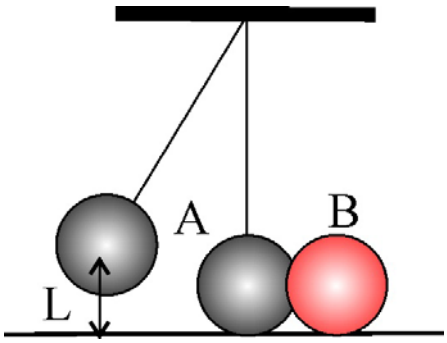
Como las esferas B y A están inicialmente en reposo, y las masas son iguales:

$$v_C' = \frac{m - m}{m + m} v_C + \frac{2m}{m + m} v_B = 0 \qquad v_B' = \frac{2m}{m + m} v_C - \frac{m - m}{m + m} v_B = v_C = v$$

Como se ha detenido C, ahora colisionará B con A, repitiéndose la situación de forma que,

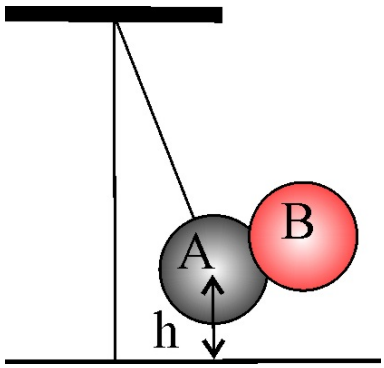
$$v_B'' = \frac{m - m}{m + m} v_B + \frac{2m}{m + m} v_A = 0 \qquad v_A' = \frac{2m}{m + m} v_B' - \frac{m - m}{m + m} v_A = v_B' = v$$

tal como se indica en la propuesta b.



3.5.18*.El bloque de la figura A actúa como un péndulo desde su posición golpeando inelásticamente a B de su misma masa y con rozamiento despreciable con el suelo, al soltarlo desde una altura L. Si estudias detalladamente dicha colisión y supuesta la masa de A, M, podrás decir que:

a) LA VELOCIDAD CON QUE SALEN A Y B DESPUÉS DEL CHOQUE ES EN m/s $\sqrt{\frac{gL}{2}}$
b) LA ENERGÍA PERDIDA EN LA COLISIÓN ES MgL/2 J.
c) LA ALTURA ALCANZADA POR EL CONJUNTO AB ES L/4
d) EL ÁNGULO DE MÁXIMA DESVIACIÓN DEL NUEVO PÉNDULO ES DE 41°
e) LA TENSIÓN DE LA CUERDA EN EL PUNTO MÁS BAJO DE LA TRAYECTORIA ES DE 5Mg/2 N.

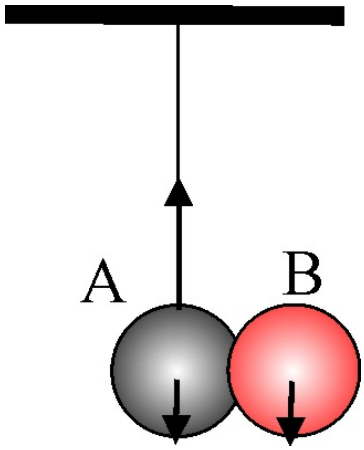


SOL:

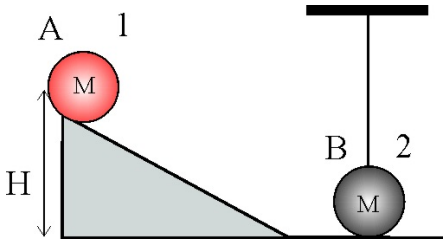
La conversión de la energía potencial de A. MgL en cinética al colisionar con B, MgL=Mv²/2. De lo que : $v=\sqrt{2gL}$, que será la velocidad de A antes de la colisión.

Si aplicamos la conservación de la cantidad de movimiento a la colisión inelástica y dado que A y B tienen la misma masa M, después del choque al adosarse será 2M:

M $\sqrt{2gL}\ \vec{i}$ + M.0 = 2M $\vec{v}_f$, $\vec{v}_f=\sqrt{\frac{gL}{2}}\ \vec{i}$ m/s, cuyo módulo coincide con el dado en a.



La diferencia de energía cinética antes y después del choque será:
MgL - 2M gL/2.2 = MgL/2 J. como indica la propuesta b.
La energía cinética al salir de la colisión se convierte en potencial. Así :
2M gL/2.2 = 2MgH , H = L/4 m. Altura a la que llegará A-B, tal como indica c.
El ángulo de desviación se evalúa a través de la relación $\cos\alpha$ =L-H/L = 3/4. Así $\alpha = 41°$, como señala d .
Una vez alcanzada la máxima altura, al descender y en el punto más bajo, la tensión de la cuerda $\vec{T}$ deberá equilibrar el peso 2M**g** y la fuerza centrífuga en el sistema de referencia de la masa pendular, $2Mv_f^2/L$. Por eso, sustituyendo el valor de la velocidad después de la colisión:
$\vec{T}$ - 2Mg $\vec{j}$ - (2MgL/2)/L $\vec{j}$ = 0 , $\vec{T}$ = 2Mg $\vec{j}$ + Mg $\vec{j}$ = 3Mg $\vec{j}$, diferente de lo indicado en e.

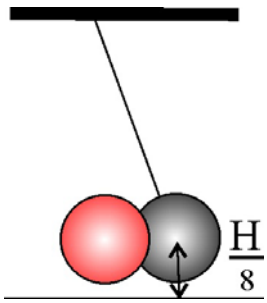


3.5.19.Si se abandona cierto cuerpo A de masa M, desde la posición 1 a una altura H, chocando inelásticamente en la posición 2 con el cuerpo B de la misma masa, suspendido sin rozamiento de un hilo y el sistema se eleva hasta una altura H/8, podrás afirmar que la energía perdida por A desde 1 hasta que choca será en julios :

a) MgH/2 b) MgH c) MgH/4 d) MgH/8

SOL:

Razonando como en el caso anterior, la velocidad después de la colisión será tal que el sistema se eleve hasta una altura H/8.

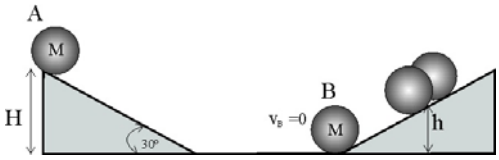


La velocidad después de la colisión será $2Mv_f^2/2 = 2MgH/8$; $v_f=\sqrt{\frac{gH}{4}}$.

Como se conserva la cantidad de movimiento , M $\vec{v}$ + M.0 = 2M. $\sqrt{\frac{gH}{4}}\ \vec{i}$,

$\vec{v}$ = $\sqrt{gH}\ \vec{i}$ m/s

Por eso la energía empleada en trabajo de rozamiento desde 1 a 2 será :
MgH -MgH/2 = MgH/2 , tal como se indica en la opción a.



3.5.20.En el sistema de la figura se deja deslizar el cuerpo A de masa M desde lo alto de un plano inclinado $30°$ y altura H con coeficiente de rozamiento μ=0,1. Al final del plano horizontal, de igual longitud que los inclinados se encuentra con B de igual masa e idéntico coeficiente de rozamiento, con el que choca quedando adosado, de forma que ambos ascienden juntos por el otro plano inclinado hasta una altura h, en metros igual a :

a) 0,13H b) 0,15H c) 0,20H d) 0,5H

SOL:

Aplicando el principio de conservación de la energía al cuerpo A, la energía cinética que posee éste antes de la colisión, será la potencial en A, menos la perdida por rozamiento en los dos planos de longitud L.

Así: $Mv^2/2 = MgH - \mu Mg\cos\alpha .L - \mu MgL$ (I). Como $\text{sen}\,\alpha = H/L$, $L=2H$.

Simplificando y sustituyendo, la ecuación (I), se convierte en:

$$v^2/2 = gH - 0{,}1g\cos\alpha .2H - 0{,}1g.2H \text{ , } v^2=2gH(1-0{,}2\cos\alpha -0{,}2)$$

$$v=\sqrt{[2gH(1-0{,}2\cos\alpha-0{,}2)]}=\sqrt{1{,}25gH}$$

El cuerpo A colisiona con B inelásticamente, aplicando la conservación de la cantidad de movimiento:

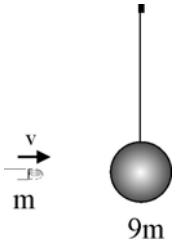
$$M\vec{v} + M.0 = 2M\ \vec{v}_f \text{ , } \vec{v}_f = \vec{v}/2 = 0{,}5\sqrt{1{,}25gH}$$

Después del choque, ascienden ambos por el plano, una longitud x, de forma que su energía cinética se convierte en trabajo de rozamiento y energía potencial, 2Mgh. Por eso:

$$2M.\ 0{,}25.(1{,}25gH)/2 - \mu\ 2Mg\cos 30°.x = 2Mgh$$

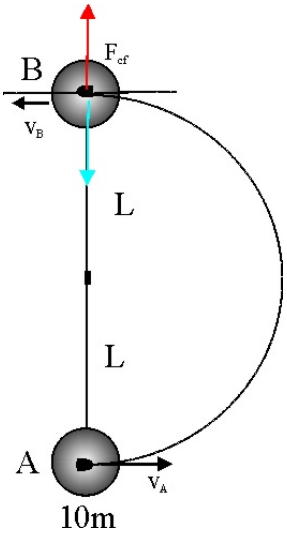
Simplificando y sustituyendo, dado que $\text{sen}\,30° = h/x$, $x=2h$.

$0{,}25(1{,}25H)/2 = 0{,}1.0{,}86.2h+h = 1{,}17h$; $0{,}156H = 1{,}17h$, $h= 0{,}156H/1{,}17=0{,}13H$, que corresponde a la opción a.



3.5.21. El péndulo balístico fue inventado por el matemático e ingeniero militar inglés Robins, a mediados del siglo XVIII, para determinar la velocidad de las balas y el poder explosivo de la pólvora. Si en un péndulo balístico, la bala de masa m, se incrusta frontalmente en una masa 9m, suspendida de un hilo de longitud L, de forma que ambos alcanzan su máxima altura, sin caer podrás afirmar que la mínima velocidad $\vec{v}$, con que incidió la bala en el péndulo, deberá ser, en m/s:

a) $\sqrt{5Lg}\ \vec{i}$ b) $10\sqrt{5Lg}/9\ \ \vec{i}$ c) $20\sqrt{Lg}\ \vec{i}$ d) $10\sqrt{5Lg}\ \vec{i}$



SOL:

Teniendo en cuenta que la máxima altura corresponde a una situación tal como se indica en el dibujo y que la tensión del hilo en esa posición es nula. Para que se mantenga en equilibrio en la posición B, deberá equilibrarse el peso del sistema (m+9m) $\vec{g}$, con la fuerza centrífuga ,

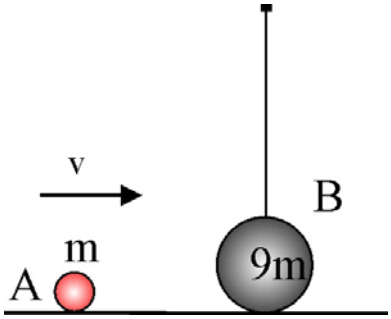
$$-10mg\ \vec{j} + 10mv_B^2/L\ \vec{j} = 0 \text{ , } v_B^2=Lg.$$

La energía total en la posición B (cinética + potencial) será igual a la que tenga el sistema después de la colisión (posición A), sólo cinética.

Así $10mv_A^2/2= 10mg.2L + 10mLg/2$, $v_A=\sqrt{5Lg}$. Por lo tanto $\vec{v}_A=\sqrt{5Lg}\ \vec{i}$.

Aplicando ahora la conservación del momento lineal a la colisión inelástica,

$m\vec{v} + 9m.0 = 10m\ \sqrt{5Lg}\ \vec{i}$, $\vec{v} = 10\sqrt{5Lg}\ \vec{i}$ m/s , que coincide con la propuesta d



3.5.22. Si un cuerpo A de masa m, con una velocidad determinada colisiona frontalmente con otra B de masa 9m, en reposo, suspendida de un hilo inelástico de forma que a consecuencia del choque , la pendular adquiere la máxima altura sin caerse, la relación entre las velocidades que deberá llevar A para ello según sea la colisión completamente elástica, o inelástica valdrá:

a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) 0,5 d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

SOL:

Razonando como en la cuestión anterior, en el choque inelástico $\vec{v}=10\sqrt{5Lg}\ \vec{i}$.

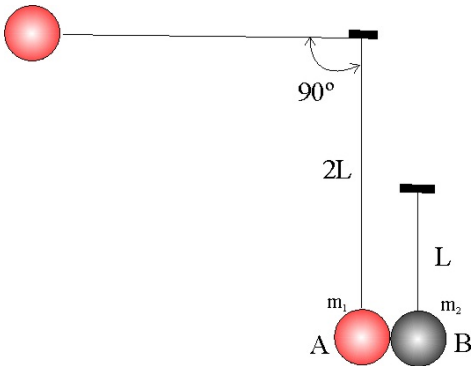
En el choque elástico, como la velocidad B para que alcance su máxima altura debe ser la misma $v_B'=\sqrt{5Lg}$ (V). Aplicando las fórmulas para el choque elástico con la masa de B en reposo:

$$v_A'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_A+\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_B \quad \text{y} \quad v_B'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_A-\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_B \ . \qquad \text{Como } v_B=0$$

$$v_A'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_A \qquad \text{y} \qquad v_B'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_A \ . \quad \text{Si } m_2=9m \text{ y } m_1=m \ , \quad \text{y} \quad v_B'=\sqrt{5Lg} \text{ se convierte en:}$$

$\sqrt{5Lg}=(2m/10m)v_A$, $v_A=5\sqrt{5Lg}$ =v.elástica. $\vec{v}_{elástica}=5\sqrt{5Lg}\ \vec{i}$

La relación entre la velocidad de A según sea la colisión elástica o inelástica es 1/2, tal como se propone en c.

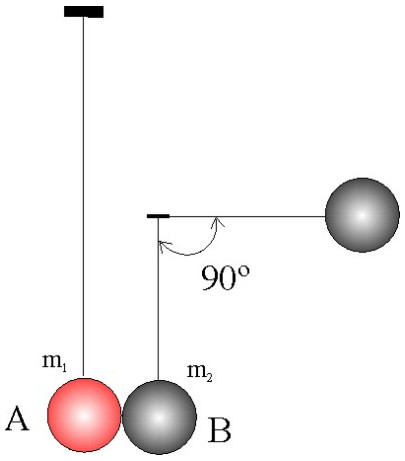


3.5.23*.Dispuestas dos esferas A y B de masas respectivas m_1 y m_2, en dos péndulos paralelos de longitudes respectivas, 2L y L. Si al separar A, hasta formar un ángulo de 90 grados, y soltarla colisiona frontal y elásticamente con B, de tal forma que después de la colisión su hilo pendular forma un ángulo de $90°$ con su posición vertical, dirás que la relación de las masas de A y B es aproximadamente:

a) 1/2 b) 2 c) $1+\sqrt{2}$ d) $1/\sqrt{2}$

mientras que si B alcanza su máxima altura sin caerse, dicha relación sería aproximadamente:

a) 1,5 b) 2,25 c) 1,27 d) 2,5



SOL:

Como la colisión entre la esfera A y la B, es frontal y perfectamente elástica, y B está inicialmente en reposo, debemos emplear las mismas fórmulas de la cuestión anterior y así:

$v_A'=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_A \qquad v_B'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_A$. v_A, corresponde a la alcanzada por A al descender desde una altura 2L. Por conversión de su energía potencial m_1g2L en energía cinética $m_1v_A^2/2$, $v_A=\sqrt{2g.2L}=\sqrt{4gL}$ y v_B', por el mismo argumento será en el primer caso $v_B'=\sqrt{2gL}$. Sustituyendo en la (IV), tenemos: $\sqrt{2gL}=[2m_1/(m_1+m_2)]\ \sqrt{4gL}$.

Elevando al cuadrado y simplificando:

$1=[8m_1^2/(m_1+m_2)^2]$, de lo que, $m_1^2+m_2^2+2m_1m_2=8m_1^2$, y

$7m_1^2-m_2^2-2m_1m_2=0$. Resolviendo la ecuación de segundo grado

$$m_1=\frac{2m_2\pm\sqrt{4m_2^2+28m_2^2}}{14}=\frac{2m_2+5{,}66m_2}{14}=0{,}55m_2$$

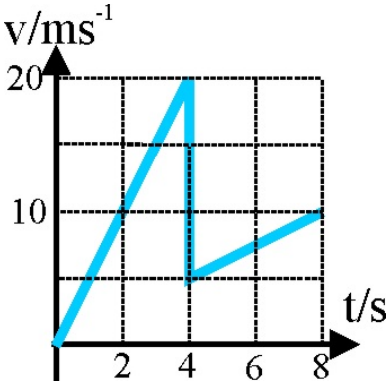
que aproximadamente corresponde a la propuesta a.

En el caso de que B alcance su máxima altura, en este caso el peso de B deberá equilibrarse con la fuerza centrífuga en el sistema no inercial y acelerado de la masa B circulando hasta su máxima altura.

La velocidad mínima para ello, presupone que la tensión de la cuerda es 0.

Argumentando como en la cuestión anterior $v_B'=\sqrt{5Lg}$. Aplicando la fórmula $v_B'=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_A$ y sustituyendo la expresión se convierte en: $\sqrt{5Lg}=[2m_1/(m_1+m_2)]\ \sqrt{4gL}$. $5=16m_1^2/(m_1+m_2)^2$, y desarrollando la expresión

$5m_1^2+5m_2^2+10m_1m_2=16m_1^2$, $11m_1^2-10m_1m_2-5m_2^2=0$ .Resolviendo la ecuación, elevando al cuadrado y simplificando, $m_1=(10m_2+17{,}89m_2)/22=1{,}27m_2$, que corresponde a la propuesta c



3.5.24*.Una locomotora de tren de masa M, que circula con una determinada aceleración por la vía, colisiona con otro de masa desconocida m, que se encuentra parado en la vía circulando los dos conjuntamente, según una gráfica v/t que representa las variaciones de v, con el tiempo a lo largo de la colisión. Si examinas detenidamente dicha gráfica, podrás asegurar que :

a) LA COLISIÓN OCURRIÓ A LOS 4s DE COMENZAR A CONTAR LOS TIEMPOS
b) LA ACELERACIÓN DE LA LOCOMOTORA ES DE 5m/s²
c) LA MASA DEL VAGÓN PARADO ES LA TERCERA PARTE DE LA DE LA LOCOMOTORA
d) LA ENERGÍA PERDIDA EN LA COLISIÓN ES DE 150M J

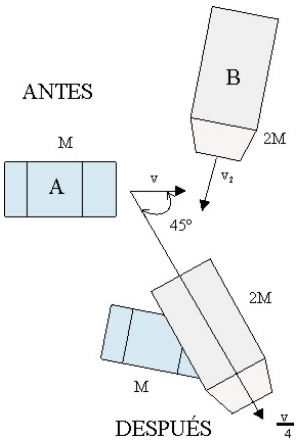
SOL:

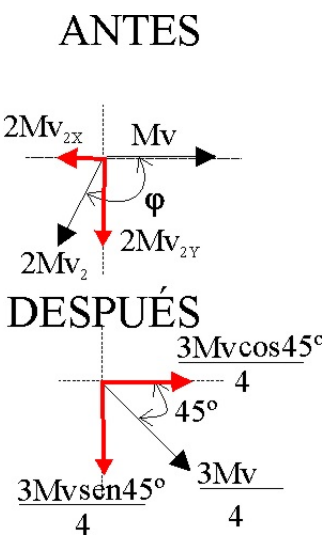
El examen de la gráfica te indica que la velocidad aumenta hasta alcanzar los 20 m/s, a los 4s, disminuyendo bruscamente hasta 0,5m/s. La aceleración entre 0 y 4s, es la pendiente de la recta 20/4 =5m/s². Al llegar a t=4s. colisionan inelásticamente con lo que la locomotora de masa M que circulaba a 20m/s, al arrastrar al vagón de masa m, pasa a una velocidad 5m/s, que va aumentando con una aceleración (pendiente de la nueva recta) 5/4=1,25m/s², debido a que la fuerza externa empleada en la locomoción no ha variado aunque si la masa arrastrada.

Si aplicamos la conservación de la cantidad del movimiento a la colisión inelástica:

$$M\vec{v} = (M+m)\ \vec{v}' \ ;\ 20M = (M+m)5\ ,\quad 15M = 5m\ ;\ m=3M.$$

La energía cinética , antes de la colisión, corresponde a la de la locomotora = M.400/2= 200M J, mientras que después de ella 4M.25/2 = 50M, J. Por lo tanto la pérdida corresponde a 150M, J, en el choque inelástico.





3.5.25.Dos vehículos A y B, de masas respectivas M y 2M colisionan inelásticamente. Su velocidad después del impacto tiene de módulo, la cuarta parte del de la velocidad inicial del más ligero v, con cuyo vector forma un ángulo de $45°$. Podrás decir por lo tanto que el módulo de la velocidad del más pesado antes del choque era :

a) 0,5v b) 0,35v c) 0,45v d) LA CUARTA PARTE

Mientras que el ángulo que forma las velocidades de A y B será de

a) 90° b) 120° c) 150° d) 132°

SOL:

En el esquema adjunto, dado que después de la colisión el cuerpo A-B, se mueve con una velocidad v/4, que forma un ángulo de $45°$ con el sentido vectorial de $\vec{v}$, se presupone que la velocidad del más pesado B, $\vec{v}_2$ tendrá un sentido tal que forme un ángulo φ con el del movimiento de A.

Descomponiendo por componentes X/Y y aplicando la conservación de la cantidad de movimiento, tenemos:

Sobre el eje X:

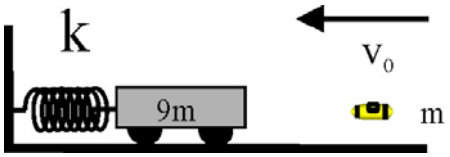
$M.v + 2M.v_{2x} = 3M.v \cos 45°/4$, $v_{2x} = (3v\ 0{,}707/4 - v)/2 = -0{,}23v$.

Sobre el eje Y:

$2M.v_{2y} = 3M.v \operatorname{sen} 45°/4$, $v_{2y} = (3v.0{,}707/4)/2 = 0{,}27v$.

Con estos datos , $\vec{v}_2$ será = - $0{,}23v\,\vec{i}$ + $0{,}27v\,\vec{j}$, y su módulo= $\sqrt{\left[(-0{,}23v)^2 + (0{,}27v)^2\right]} = 0{,}35v$

El ángulo formando se determina a partir del arc.tan (v_{2y}/v_{2x})= 132° . Por lo cual se confirman las propuestas b en la primera pregunta y d en la segunda.



3.5.26. Si se dispara un proyectil de masa m con velocidad inicial $\vec{v}_0$, de forma que quede empotrado en M, de masa 9m, sujeto en el extremo de un resorte de coeficiente elástico k, dirás que la máxima deformación de dicho resorte x, será de :

a) $\sqrt{\frac{v_0^2}{10k}}$ b) $v_0\sqrt{\frac{m}{10k}}$ c) $\sqrt{\frac{v_0^2}{10mk}}$ d) $\sqrt{\frac{mv_0^2}{10k}}$

SOL:

La colisión inelástica implica que se conserva la cantidad de movimiento. Así:

$m\vec{v}_0 + 9m.0 = (m+9m)\ \vec{v}_f$, $\vec{v}_f = \vec{v}_0/10$. La energía cinética del sistema después de la colisión, se convierte en energía potencial elástica del resorte = $kx^2/2$. Por eso, $10m(v_0/10)^2/2 = kx^2/2$. Por lo tanto, $x = \sqrt{\frac{mv_0^2}{10k}}$, como se indica en la propuesta d.