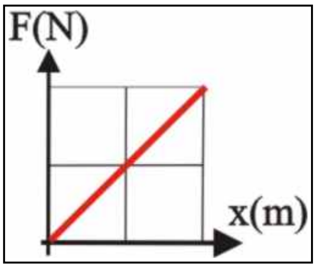
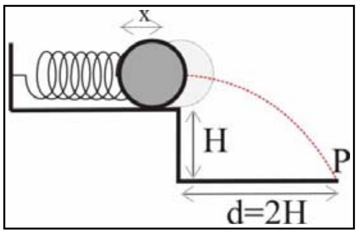
ASPECTOS ENERGÉTICOS (continuación)



2.3.19. En los resortes y muelles, la deformación producida está relacionada con la fuerza deformadora mediante la ley de Hooke, F = k· x que introduce una constante elástica del resorte k. A partir de su estudio gráfico podrás deducir que el trabajo efectuado en estirar un resorte que se convertirá en energía potencial elástica del mismo vale en julios:

a) kx^2 b) $kx^2/2$ c) mgx
d) kx e) NADA DE LO DICHO

SOL:
En una gráfica, (F, x) la superficie abarcada en un determinado desplazamiento en este caso estiramiento del resorte, nos da el trabajo desarrollado. Por lo tanto dado que se trata de un triángulo, W= altura · base/2 =h·b/2 = kx·x/2 = kx²/2 , tal como se propone en b. Igualmente se podría desarrollar a través de la fórmula W= $\int_0^x Fdx$, teniendo en cuenta que la fuerza variable viene dada por la ley de Hooke, **F**=k**x** , actuando en el mismo sentido que el estiramiento del resorte, e integrando entre 0 y x, W=kx²/2, tal como se resolvió a través de la superficie del triángulo.



2.3.20. En el esquema de la figura y supuesto que la esfera de masa M, y el resorte de coeficiente elástico k no rozan contra la mesa de altura H sobre el suelo, la longitud que deberá comprimirse aquel para que la esfera alcance el suelo en un punto P situado a una distancia 2H del pie de la mesa, será:

a) $\sqrt{\frac{MgH}{k}}$ b) $\sqrt{\frac{MgH}{2k}}$ c) $\sqrt{\frac{Mg}{2k}}$
d) $\sqrt{kMgH}$ e) NADA DE LO DICHO

SOL:
Tal como se ha resuelto en la cuestión anterior, el trabajo en este caso para comprimir el resorte ,W= kx²/2, se convierte en energía potencial de éste, que al expansionarse y si no existen fuerzas disipativas, se transformará en energía cinética en el borde de la mesa, Mv²/2. Por lo tanto kx²/2 = Mv²/2,

$v = x\sqrt{\frac{k}{M}}$ (I).Trasladando la esfera saliendo del borde de la mesa, y cayendo libremente según una trayectoria parabólica .

Horizontalmente el movimiento es uniforme y 2H = vt(II) , y verticalmente es un M.U.A. y H = gt²/2 (III) ,sustituyendo t de (III) , $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ en (II), $2H = v\sqrt{\frac{2H}{g}}$ (IV) y reemplazando v de (I), en (IV)

$2H = \left(x\sqrt{\frac{k}{M}}\right)\sqrt{\frac{2H}{g}} = x\sqrt{\frac{2Hk}{Mg}}$ y despejando x y simplificando ,

$x = \sqrt{\frac{4MgH^2}{2Hk}} = \sqrt{\frac{2MgH}{k}}$, que no coincide con ninguna propuesta, por lo que la opción correcta es la e.

2.3.21.* Si una fuerza constante **F**=2**i**-2**j** newtons, actúa sobre un punto material de 1 kg desplazándolo desde $P_1(2,-3,1)$, hasta $P_2(3,-2,2)$, en 2 segundos, dirás que:

a) EL DESPLAZAMIENTO EFECTUADO EN m ES, **d** = **i**+**j**+**k**

b) EL MÓDULO DE LA VELOCIDAD MEDIA ES $v = \sqrt{\frac{3}{2}} ms^{-1}$

c) EL TRABAJO EFECTUADO VALE 4 JULIOS

d) EL ÁNGULO QUE FORMAN **F** Y EL DESPLAZAMIENTO VALE CASI 37°

e) LA POTENCIA DESARROLLADA ES DE 4 VATIOS

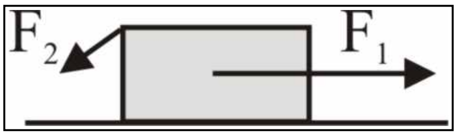
SOL:

El desplazamiento $\mathbf{d}=\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1$ = (3**i**-2**j**+2**z**)-(2**i**-3**j**+**k**)=**i**+**j**+**k** m.tal como se propone en a.

La velocidad media $=(\mathbf{r}_2-\mathbf{r}_1)/(t_2-t_1)=\mathbf{d}/2=$ (**i**+**j**+**k**)/2 , cuyo módulo será $= \sqrt{\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} ms^{-1}$ por lo que la opción b es correcta.

El trabajo es **F**.**d** = (2**i**-2**j**).(**i**+**j**+**k**)=2-2=0 , que invalida la propuesta c.

Puesto que el trabajo es nulo $W = |\vec{F}||\vec{d}|\cos\alpha = 0$ siendo α el ángulo que forman los vectores **F** y **d**, para que esto ocurra debe valer 90°. Si W=0 , la potencia P media = W/t, también lo será, por lo que tampoco son correctas las propuestas d y e.



2.3.22.* Un bloque de masa 0,200 kg está sometido a dos fuerzas de contacto $\vec{F}_1 = 2\vec{i}$ N y $\vec{F}_2 = -0{,}4\vec{i} - 0{,}3\vec{j}$ N tal como indica la figura. Su coeficiente de rozamiento con el suelo es de 0,2. Si se desplaza por la acción de dichas fuerzas $2\vec{i}$ metros podrás afirmar que:

a) LA FUERZA DE ROZAMIENTO ES DE $-0{,}46\vec{i}$ N
b) EL TRABAJO TOTAL DESARROLLADO ES DE 5 J
c) EL TIEMPO QUE TARDARÍA EN RECORRER ESA DISTANCIA SERÍA DE CASI 0,7 s
d) SI DESPUES DE RECORRER LOS 2m, CESARA $\vec{F}_1$, TARDARÍA EN PARARSE 0,93 s
e) LA ENERGÍA TOTAL CONSUMIDA EN TRABAJO DE ROZAMIENTO SERÍA DE -1,22 J

SOL:
Las fuerzas que actúan sobre el bloque son:

$$\vec{F}_1;\ \vec{F}_2;\ \vec{P} = 0{,}2\cdot\vec{g} = -2\vec{j}\ \text{N};\quad \text{y la reacción normal } \vec{N}$$

El problema se resuelve mediante la ecuación fundamental de la dinámica que conduce en nuestro caso a dos ecuaciones escalares, según ejes X e Y:

$$\sum \vec{F} = m\cdot\vec{a}\ \begin{cases} \sum F_x = m\cdot a_x \\ \sum F_y = m\cdot a_y = 0 \end{cases}$$

Pues según Y no hay aceleración, ya que el bloque desliza a lo largo del eje X.

$$N + P + F_{2y} = N - 2 - 0{,}3 = 0;\quad N = 2 + 0{,}3 = 2{,}3\ \text{N};\quad \vec{N} = 2{,}3\vec{j}\ \text{N}$$

La fuerza de rozamiento en módulo $F_R = \mu\cdot N = 0{,}2\cdot 2{,}3\ \text{N} = 0{,}46\ \text{N}$;

Vectorialmente: $\vec{F}_R = -0{,}46\,\vec{i}$ N

Que coincide con la propuesta a.

El trabajo total desarrollado: $W = \left(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_R + \vec{P} + \vec{N}\right)\cdot\vec{r}$ Expresando los vectores en sus componentes y teniendo en cuenta las propiedades del producto escalar, resulta:

$$W = \left(2\vec{i} - 0{,}4\vec{i} - 0{,}3\vec{j} - 0{,}46\vec{i} - 2\vec{j} + 2{,}3\vec{j}\right)\cdot 2\vec{i} = 2{,}28\ \text{J}$$

Resultado diferente a la propuesta b.

La aceleración del bloque es según el eje X, de modo que a_x vale:

$$\sum F_x = 2 - 0{,}4 - 0{,}46 = 0{,}2\cdot a_x;\quad a_x = 5{,}7\ \text{m/s}^2$$

Suponiendo el bloque inicialmente en reposo, el tiempo que tarde en recorrer los 2 m es:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2s}{a_x}} = \sqrt{\frac{2\cdot 2\ \text{m}}{5{,}7\ \text{m/s}^2}} = 0{,}84\ \text{s}$$

Que no coincide con la propuesta c.

Si después de recorrer 2 m cesa la fuerza $\vec{F}_1$ el bloque aún seguirá hacia delante a costa de su energía cinética, terminando por pararse.

Su velocidad en el instante anterior será $v_x = a_x\cdot t_1 = 5{,}7\cdot 0{,}84 = 4{,}77\ \text{m/s}$

La distancia que recorre hasta pararse por acción de $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_R$ la calculamos con la ecuación de la energía, $W = E_{C,F} - E_{C,0}$

$$\left(-0{,}4\vec{i} - 0{,}3\vec{j} - 0{,}46\vec{i}\right)\cdot D\vec{i} = 0 - \frac{1}{2}0{,}2\cdot 4{,}77^2;\qquad D = 2{,}65\ \text{m}$$

Como las fuerzas son constantes y el movimiento es uniformemente retardado, se puede determinar la aceleración con la ecuación.

$$v_{xF}^2 - v_{xo}^2 = 2\cdot a'_x\cdot D;\quad 0 - 4{,}77^2 = 2a'_x\cdot 2{,}65;\quad a'_x = -4{,}29\ \text{m/s}^2$$

El tiempo hasta pararse a partir de que dejó de actuar $\vec{F}_1$ será

$$t_2 = \frac{v_{xF} - v_{xo}}{a'_x} = \frac{0 - 4{,}77}{-4{,}29} = 1{,}11\,s$$

Que no coincide con el valor señalado en d.

La energía disipada en el trabajo de la fuerza de rozamiento

$$W_{FR} = \vec{F}_R \cdot \vec{D} = -0{,}46\vec{i} \cdot 2{,}65\vec{i} = -1{,}22\,J$$

Que coincide con la propuesta e.

El signo menos del trabajo viene a indicar que es un trabajo disipativo.

2.3.23.* Si una fuerza constante **F**=2**i** newtons, actúa sobre un cuerpo de 1 kg que se encuentra en el punto P_1, dado por $\mathbf{r}_1$=3**j** m, trasladándolo hasta P_2, con $\mathbf{r}_2$= -4**k** m, en un segundo, dirás que:

a) EL DESPLAZAMIENTO EFECTUADO TIENE POR MÓDULO 5 METROS
b) LA VELOCIDAD CON QUE SE MUEVE VALE 3**i**-4**j** m/s
c) EL TRABAJO EFECTUADO ES 0
d) EL ÁNGULO QUE FORMA **F** CON EL DESPLAZAMIENTO ES DE 90°
e) LA POTENCIA DESARROLLADA ES DE 10 W

SOL:

Desarrollando esta cuestión tal como la 2.3.21 ,**d**= $\mathbf{r}_2$-$\mathbf{r}_1$= -4**k**-(3**j**) m

$\left|\vec{d}\right| = \sqrt{\left(\left(-4^2\right)+\left(-3^2\right)\right)} = 5m$, tal como se propone en a.

La velocidad media, **v**=**d**/1s=-3**j**-4**k** m/s , por lo que la propuesta b no es correcta.

El trabajo W=**F**.**d** = 2**i**. (-4**k** -3**j**) = 0. Para que esto ocurra, el ángulo que forman **F** y **d**, deberá ser de 90° (los vectores están en planos perpendiculares).

Por ello, las opciones c y d son correctas, mientras que la e, es falsa, ya que si W=0, también lo será la potencia P= W/t.

2.3.24.* La posición de un cuerpo de 1 kg de masa está determinada por su vector de posición en función del tiempo, expresado en metros **r**=t^2**i**-t^2**j**, podrás decir entonces que:

a) QUE EL RADIO DE CURVATURA DE LA TRAYECTORIA QUE DESCRIBE PARA t=0, ES IGUAL A 0
b) LA FUERZA CENTRÍPETA QUE ACTÚA SOBRE ÉL A LOS 2s ES DE 4N
c) LA ENERGÍA CINÉTICA QUE LLEVA AL CABO DE 1s ES DE 4 J
d) EL MÓDULO DEL IMPULSO QUE RECIBIÓ EN EL PRIMER SEGUNDO ES DE $2\sqrt{2}$ N · s
e) LA POTENCIA INSTANTÁNEA EN EL SEGUNDO SEGUNDO ES DE 0 VATIOS

SOL:

Operando como en cuestiones anteriores, determinamos primero el tipo de trayectoria. X=t^2,Y=-t^2,Y=-X. Que corresponde a la recta bisectriz del 2-4 cuadrante, en un sistema de ejes XY. Lo cual implica que el radio de la trayectoria $R=\infty$ y la $a_n = \frac{v^2}{R} = 0$

Por lo tanto solo habría aceleración tangencial, **a** = $\mathbf{a}_t$. Como la fuerza centrípeta F_c= m$\mathbf{a}_n$ = 0, por lo tanto las opciones a y b son erróneas.

Para determinar la energía cinética, mv^2/2, **v=dr/dt**=2t**i**-2t**j** ms^{-1}, $|\vec{v}| = \sqrt{8t^2}\,ms^{-1}$

Sustituyendo en la fórmula Ec=1·8t^2/2, para t=1s, Ec=4J. La opción c es correcta.

El impulso en el primer segundo corresponde a la variación de su cantidad de movimiento = m$\mathbf{v}_{1s}$-m$\mathbf{v}_{0s}$=1· (2·1**i**-2·1**j**) =2**i**-2**j** N.s, cuyo módulo es $2\sqrt{2}N.s$ La propuesta d es correcta.

La potencia instantánea P= **F**.**v**. Como **F**=m**a**=md**v**/dt=1.(2**i**-2**j**) N

P=(2**i**-2**j**).(2t**i**-2t**j**) =4t+4t=8t W. Para t=2s, P=16W que no coincide con la opción e.

2.3.25.* Dadas las ecuaciones paramétricas expresadas en metros, que representan determinado movimiento de un cuerpo de 1 kg de masa, a saber:

$Y=t^2-1$, $Z=t^2-2t+1$, podrás decir de él que:

a) DESCRIBE UN MOVIMIENTO CURVILINEO CON ACELERACIÓN CONSTANTE
b) SU ACELERACIÓN CENTRÍPETA O NORMAL VALE 0
c) EL MÓDULO DE SU ACELERACIÓN TANGENCIAL ES INDEPENDIENTE DEL TIEMPO
d) SU ACELERACIÓN VALE 2**j**+2**k** m/s^2
e) LA ENERGÍA DESARROLLADA EN EL PRIMER SEGUNDO DE SU MOVIMIENTO VALE 2 J

SOL:

El vector de posición **r**=(t^2-1)**j**+(t^2-2t+1)**k**, y la d^2**r**/dt^2=**a**=2**j**+2**k** m/s^2(I).

Por lo que la aceleración es constante. La trayectoria no es rectilínea pues si despejamos t en la ecuación de Y -y la sustituimos en la Z, se obtiene la ecuación de la trayectoria;

$$Z=(Y+1)-2\sqrt{(Y+1)}+1. \qquad Z-Y-2=-2\sqrt{(Y+1)}$$

Elevando al cuadrado, pasando al primer miembro y ordenado el polinomio, $Y^2+Z^2-2YZ-4Z=0$, que corresponde a una curva de segundo grado, por lo cual la opción a es correcta, así como la d.

La velocidad **v**=2t**j**+(2t-2)**k**

$$|\vec{v}|=\sqrt{4t^2+4t^2+4-8t}=\sqrt{8t^2-8t+4}=2\sqrt{2t^2-2t+1} \text{ (II)}.$$

La aceleración tangencial $|\vec{a}_t|=\frac{d}{dt}(|\vec{v}|)=\frac{2(4t-2)}{2\sqrt{2t^2-2t+1}}=\frac{4t-2}{\sqrt{2t^2-2t+1}}$ que depende del tiempo. La opción c es falsa.

Dado que el movimiento es curvilíneo y $|\vec{a}_N|=\frac{|\vec{v}|^2}{R}$ sólo será 0, si $|\vec{v}|^2=0$, pues $R\neq\infty$ al tratarse de una trayectoria curva. Obsérvese que según la ecuación de la velocidad ésta no se anula para ningún valor de t, por lo que la aceleración normal nunca puede ser cero. La opción b, es incorrecta.

La energía desarrollada corresponde al trabajo efectuado sobre el cuerpo,

dW=**F**.d**r**. **F**=m**a**=1·(2**j**+2**k**)= 2**j**+2**k** N.

v=d**r**/dt= 2t**j**+(2t-2)**k** , d**r**=[2t**j**+(2t-2)**k**]dt .

Por lo tanto el producto escalar **F · dr** depende del tiempo y para calcular el trabajo hay que resolver una integral entre los instantes t=1 y t=0 ,

$W=\int_0^1 2.2t\,dt+\int_0^1 2.2t\,dt-\int_0^1 4\,dt=2+2-4=0$ que no coincide con la opción e que será errónea.

2.3.26.* Si un cuerpo de 2 kg, viene determinado en su movimiento por las ecuaciones paramétricas expresadas en metros: $Y=t^3$, $Z=-t^3$, podrás decir que en el primer segundo:

a) SIGUE UNA TRAYECTORIA CURVA
b) SU CANTIDAD DE MOVIMIENTO **p**=6**j**-6**k** kg·m/s
c) EL TRABAJO DESARROLLADO ES DE 18J
d) LA POTENCIA EFECTUADA ES DE 72 VATIOS
e) EL MÓDULO DEL IMPULSO ES $6\sqrt{2}N.s$

SOL:

La cuestión se desarrolla de la misma forma que en la 2.3.25.La ecuación de la trayectoria se obtiene sustituyendo t^3 de las ecuaciones paramétricas. Así Z=-Y. Ecuación de la recta bisectriz del 2-4 cuadrante en un sistema de ejes YZ. Por lo tanto la propuesta a es incorrecta.

Como $\mathbf{r}=t^3\mathbf{j}-t^3\mathbf{k}$ m, $\mathbf{v}=3t^2\mathbf{j}-3t^2\mathbf{k}$ ms^{-1}, $\mathbf{p} = m\cdot\mathbf{v}_{1s}= 2\cdot(3t^2\mathbf{j}-3t^2\mathbf{k})=6\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$ kg.m/s. Cuyo módulo es $6\sqrt{2}N.s$ tal como indican las opciones b y e.

La $\mathbf{a}=6t\mathbf{j} - 6t\mathbf{k}$ ms^{-2}, y $\mathbf{F}=m\mathbf{a} = 2\cdot(6t\mathbf{j}-6t\mathbf{k})=12t\mathbf{j}-12t\mathbf{k}$ N. Al depender del tiempo la fuerza y no ser constante, el trabajo hay que calcular por una integral. $W = \int \vec{F}.d\vec{r}$

Como $d\mathbf{r}= (3t^2\mathbf{j}-3t^2\mathbf{k})dt$, sustituyendo , realizando el producto escalar e integrando entre t=1 y t=0.

$W = \int_0^1 12t\cdot 3t^2dt + \int_0^1 12t\cdot 3t^2dt = 9t^4 + 9t^4 = 18t^4 = 18J$. La opción c es correcta.

La potencia instantánea = $\mathbf{F}.\mathbf{v} = (12t\mathbf{j}-12t\mathbf{k}).(3t^2\mathbf{j}-3t^2\mathbf{k})= 36t^3+ 36t^3= 72t^3= 72W$, como indica la propuesta d.

El impulso por ser F=f(t) hay que calcularlo integrando entre t=0 y t= 1s

$\vec{I} = \int_0^1 \left(12t\,\vec{j} - 12t\,\vec{k}\right)dt = 6t^2\vec{j} - 6t^2\vec{k} = 6\vec{j} - 6\vec{k} \qquad \left|\vec{I} = \sqrt{6^2 + 6^2}\right| = 6\sqrt{2}$ N

La solución e) es correcta.

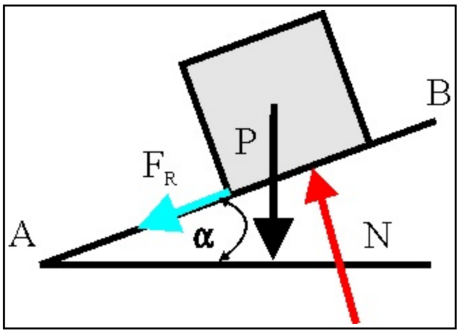
2.3.27.* Si un cuerpo de 1 kg de masa se mueve en el espacio de acuerdo con el siguiente vector de posición expresado en metros como $\mathbf{r}=t^3\mathbf{i}-t^3\mathbf{j}$, podrás decir de él que:

a) LLEVA UN MOVIMIENTO RECTILINEO VARIADO
b) SU ACELERACIÓN CENTRÍPETA ES 0
c) SU ACELERACIÓN TANGENCIAL A LOS 2 SEGUNDOS TIENE POR MÓDULO $12\sqrt{2}\ m.s^{-2}$
d) SU RADIO DE CURVATURA ES SIEMPRE 0
e) SU ACELERACIÓN VALE 0 EN EL INSTANTE INICIAL

SOL:

Tal como en el anterior, $X=t^3$,$Y=-t^3$, y la trayectoria es una recta de ecuación Y=-X.

$\mathbf{v}=d\mathbf{r}/dt=3t^2\mathbf{i}-3t^2\mathbf{j}$, y $\mathbf{a}=6t\mathbf{i}-6t\mathbf{j}$ .Como el movimiento es rectilíneo y variado pues **a** depende del tiempo, $R = \infty$, $\mathbf{a}_n=0$, y $\mathbf{a}=\mathbf{a}_t$. Por lo tanto $\mathbf{a}_t= 6t\mathbf{i}-6t\mathbf{j}$ ms^{-2}, y para t =2s, $\mathbf{a}_t=12\mathbf{i}-12\mathbf{j}$ ms^{-2} , cuyo módulo vale $12\sqrt{2}\ m.s^{-2}$, sin embargo $\mathbf{a}=\mathbf{a}_t=0$, para t=0 . Según el desarrollo anterior, sólo son correctas las opciones a, b, c y e.



2.3.28.* Las fuerzas que actúan sobre un móvil que sube por un plano inclinado son las indicadas en la figura, siendo F_R la fuerza de rozamiento. Señala la opción correcta:

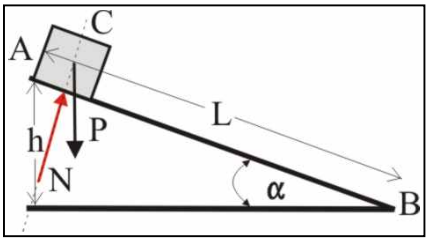
a) EL MOVIMIENTO ES UNIFORME A LO LARGO DE AB
b) EL MOVIMIENTO ES UNIFORMEMENTE RETARDADO
c) EL TRABAJO DE LA FUERZA DE ROZAMIENTO ES CERO
d) EL TRABAJO DE LA FUERZA N ES DISTINTO DE CERO

SOL:

De la observación de la figura se deduce que hay dos fuerzas que se oponen al movimiento de subida del cuerpo por el plano inclinado. Una fuerza de rozamiento, y la componente del peso en la dirección del plano inclinado: $P\,sen\alpha$. Estas fuerzas dan lugar a una aceleración dirigida hacia abajo del plano.

Como el cuerpo asciende y estas fuerzas son constantes, tendrá que hacerlo con un movimiento uniformemente retardado como se corresponde con la opción b de la prueba.

El trabajo de la fuerza de rozamiento no es cero, pues será el producto escalar de dicha fuerza por el desplazamiento sobre el plano, $W = |\vec{F}_R||\vec{d}|\cos\alpha$ y será negativo dado que el ángulo entre ambos es de $180°$, pero no 0. En cambio el trabajo de la fuerza N, es 0 y así mismo el de la componente del peso $P\cdot\cos\alpha$ por ser ambas fuerzas perpendiculares al desplazamiento. Esto significa que las opciones c y d son falsas.



2.3.29. El cuerpo A desliza a partir del reposo por el plano inclinado que forma con la horizontal un ángulo α. Podemos decir todo lo siguiente, EXCEPTO:

a) EL MÓVIL DISMINUYE SU ENERGÍA POTENCIAL, Y SERÁ TANTO MAYOR CUANTO MAYOR SEA LA ALTURA h
b) CUANDO EL MÓVIL LLEGA AL PUNTO B HA CONSERVADO SU VELOCIDAD CON RESPECTO A LA QUE LLEVABA AL COMENZAR EL DESCENSO
c) LA FUERZA QUE IMPULSA AL MÓVIL EN SU DESCENSO ES: F=ma=mg senα
d) TAL COMO ESTÁ DIBUJADO EL DIAGRAMA DE LAS FUERZAS, SE DEBE SUPONER QUE EL CUERPO SE DESLIZA SIN ROZAMIENTO
e) LA VELOCIDAD QUE TIENE EL MÓVIL AL LLEGAR AL PUNTO B ES: $v=(2g\cdot L sen\alpha)^{1/2}$

SOL:

La opción a es correcta a medida que el cuerpo desliza hacia abajo del plano, va disminuyendo su energía potencial, y naturalmente depende directamente de h. La opción b es falsa pues el móvil convierte la energía potencial en cinética (observe que no hay rozamiento) y ello implica un aumento de velocidad. La opción c es correcta, ya que la fuerza que impulsa al móvil en el descenso es la componente del peso en la dirección del plano y vale $Psen\alpha = m\cdot g\cdot sen\alpha$. La opción d es correcta ya que en el diagrama de fuerzas no aparece la fuerza de rozamiento y finalmente la opción e también es correcta, puesto que si el móvil en el punto A tiene velocidad cero, su velocidad en el punto B que dista L de A es:

$v = at = gsen\alpha\, t$; $\Delta s = L = (1/2)at^2 = (1/2)g\, sen\alpha\, t^2$

De ambas ecuaciones resulta:

$$v = gsen\alpha\sqrt{\frac{2L}{gsen\alpha}} = \sqrt{\frac{2Lg^2sen^2\alpha}{gsen\alpha}} = \sqrt{2gLsen\alpha} = (2gLsen\alpha)^{\frac{1}{2}}$$

2.3.30. Sobre un cuerpo de masa 20 kg que está sobre un suelo horizontal y se le aplica una fuerza paralela al suelo de 100 N. Si el cuerpo parte del reposo y recorre 10 m su energía cinética es de 800 J, luego la fuerza de rozamiento es de:

a) 20 N b) 30 N c) 40 N d) 50 N e) 60 N

SOL:

La fuerza resultante impulsora del movimiento es 100-F_R y según el principio fundamental de la dinámica 100-F_R= ma. Por otra parte, las ecuaciones del movimiento son:

s= 10= 1/2at^2; v= at. De ambas resulta: $v = \sqrt{2a.10}$

Como la energía cinética es:

E_c= 800= 1/2mv^2; $v = \sqrt{\frac{1600}{m}} = \sqrt{\frac{1600}{20}} = \sqrt{80}ms^{-1}$ que llevada a la ecuación inmediata anterior, resulta:

80= 2a·10; a= 4 ms^{-2}

Como 100-F_R= ma; F_R= 100-ma= 100-20·4= 20N. Por lo tanto la respuesta correcta es la a.

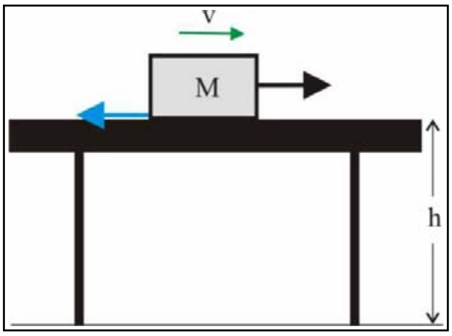
2.3.31. Si un automóvil desarrolla una potencia de 100kW cuando alcanza su velocidad límite de 50 m/s en una carretera horizontal, la fuerza de resistencia que vence dicho automóvil es de:

a) 2 N b) 300 N c) 2000 N

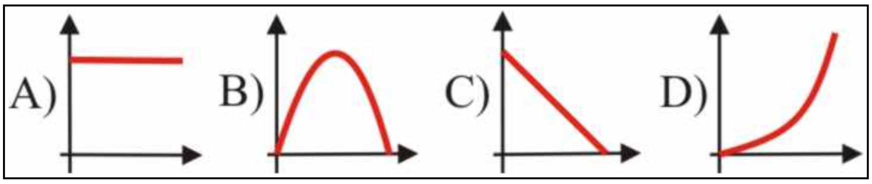
d) 3 N e) 100 N

SOL:

Recordemos que la potencia instantánea es P=Fv, de donde F=P/v; sustituyendo valores F= 100000/50= 2000N. Es correcta la propuesta c



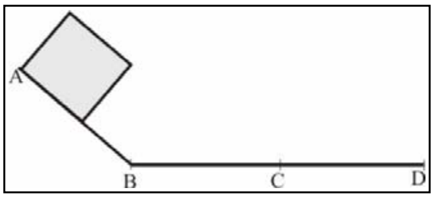
2.3.32. Un cuerpo de masa M, se desplaza con velocidad constante sobre una mesa con la cual roza, mediante la acción de una fuerza de tracción. Si la altura de la mesa es h, la gráfica que mejor representa la variación de su energía mecánica (en ordenadas), frente al desplazamiento, será de todas las dadas la:



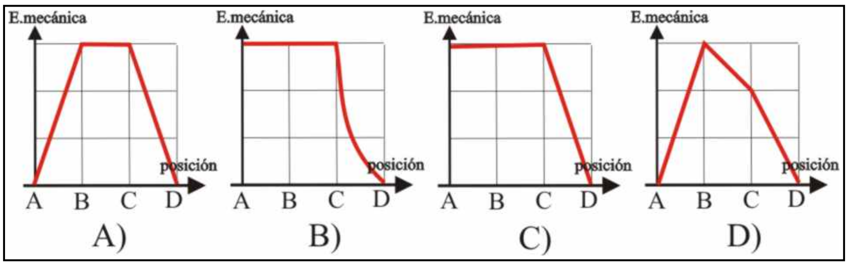
a) A b) B c) C
d) D e) NINGUNA DE LAS DADAS

SOL:

Encima de la mesa el cuerpo M posee energía cinética = $Mv^2/2$ y energía potencial Mgh, la suma de la cuales comprende su energía mecánica, como tanto v como h son constantes, la energía mecánica se mantiene constante a lo largo del desplazamiento por lo que la gráfica que así lo manifiesta será la A, y será correcta la opción a.



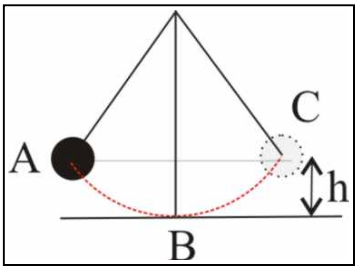
2.3.33. Un cuerpo de masa M, se suelta en A, y desciende hasta parar en D, merced a la fuerza de rozamiento que existe sólo en el tramo CD. La gráfica que mejor representa la variación de la energía mecánica del cuerpo con su posición A, B, C y D será de todas las dadas, la



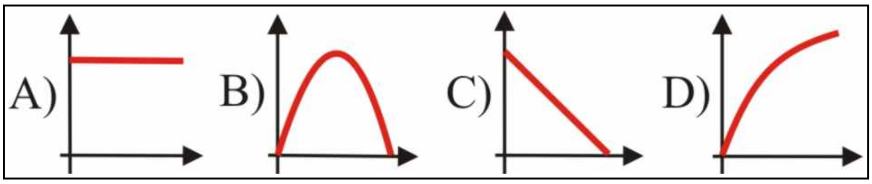
a) A b) B c) C
d) D e) NINGUNA DE LAS DADAS

SOL:

En A, posee energía potencial únicamente que será su energía mecánica, que se mantiene constante, transformándose en cinética al llegar a B y conservándose hasta alcanzar C. A partir de este punto dado que existen fuerzas disipativas, parte de la energía mecánica se transformará en vencer el trabajo de rozamiento $= \mathbf{F}_R.\mathbf{x} = \mu mgx$ = constante · x. Por lo tanto la disipación de energía mecánica depende linealmente de x, camino recorrido, llegando a un máximo al alcanzar D, cuando se detiene el cuerpo La única gráfica que responde a este planteamiento es la C. La opción correcta es la c.



2.3.34. Si un péndulo simple se lleva hasta la posición A, y se suelta llegando hasta C, la gráfica que mejor representa la variación de su energía mecánica con la posición (energía siempre en el eje de ordenadas),



será de todas las dadas la:

1) a) A b) B c) C
d) D e) NINGUNA

2) La que mejor representa la variación de su energía potencial, será:
a) A b) B c) C
d) D e) NINGUNA DE LAS DADAS

3) La que mejor representa la variación de su energía cinética, será de las dadas, la:
a) A b) B c) C
d) D e) NINGUNA DE LAS DADAS

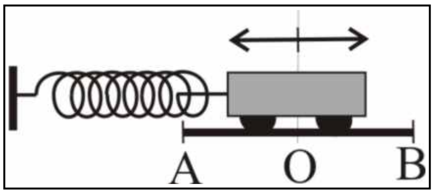
SOL:
1) Si se desprecia la energía perdida por rozamiento con el aire, el principio de conservación de la energía mecánica indica que:
Emecánica= Epotencial+Ecinética= cte. Por lo tanto sólo la gráfica a, de la primera opción es correcta.
2) La variación de energía potencial=mgh, al depender sólo de la altura, en ese intervalo, variará desde un máximo A, pasando por 0 en B, hasta otro máximo en C, que no se corresponde con ninguna de las gráficas dadas. Es correcta la e.
3) La energía cinética, al conservarse la energía mecánica, presentará una variación inversa a la energía potencial, o sea de 0 a un valor máximo, en B, llegando a 0 en C, y la única gráfica que lo respresenta es la b.

2.3.35. La velocidad de un móvil de masa m que está efectuando un movimiento vibratorio armónico de amplitud A viene dada por la expresión v=Aωcosωt. La relación entre la energía cinética de la masa m al pasar por el punto de elongación cero y la energía cinética de la masa m al pasar por el punto de elongación x=A/2 es:
a) 1/2 b) 1/4 c) 3/4 d) 4 e) 4/3

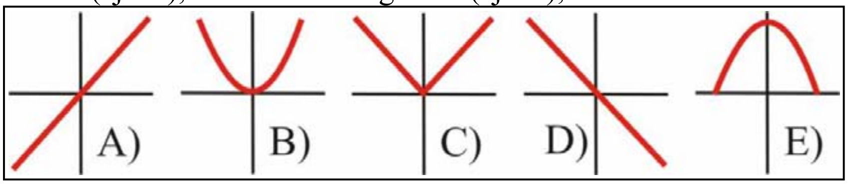
SOL:
La velocidad del móvil al pasar por el punto de elongación nula es v=Aω. La velocidad al pasar por el punto de elongación x=A/2 la calculamos teniendo en cuenta que si la velocidad viene dada por la función coseno, la elongación es la función seno, esto es:
$x = A.\ sen\omega\, t$ y cuando x= A/2, senωt= 1/2 y como

$$\cos\omega\, t = \sqrt{1-sen^2\omega t} = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\,;\, v = \frac{dx}{dt} = \frac{d(A.sen\,\omega t)}{dt} = A.\,\omega\cos\omega\, t = A.\omega\frac{\sqrt{3}}{2}$$

La relación entre las energías cinéticas es: $\frac{Ec_0}{Ec_x} = \frac{\frac{1}{2}m(A\omega)^2}{\frac{1}{2}m\left(A\omega.\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{4}{3}$, tal como se indica en la propuesta e



2.3.36. En la figura adjunta el carrito está efectuando un movimiento vibratorio armónico entre las posiciones extremas A y B. La energía potencial (eje Y), frente a la elongación (eje X), es:



a) A b) B c) C d) D e) E

SOL:

La energía potencial elástica almacenada en un muelle vale $\frac{1}{2}kx^2$, en la que k es la constante elástica del muelle y x la elongación. De acuerdo con esta ecuación, cuando x=0, la energía es cero, y por ello debemos rechazar la opción e. Como la ecuación depende del cuadrado de x, debemos rechazar las opciones a, c y d, que corresponden a líneas rectas y por tanto a ecuaciones de primer grado en x. La solución posible es b, que corresponde a una parábola.

2.3.37. La velocidad de un móvil que efectúa un movimiento vibratorio armónico es $v=A\omega\cos\omega t$, señala cuál de las siguientes afirmaciones es falsa:

a) CUANDO EL MÓVIL PASA POR EL PUNTO DE ELONGACIÓN CERO, LA VELOCIDAD ES $v=A\omega$
b) CUANDO EL MÓVIL PASA POR UN PUNTO DE ELONGACIÓN x=A/2, PODEMOS DECIR QUE LA VELOCIDAD ES $v=\frac{A\omega}{2}\sqrt{3}$
c) PARA LA ELONGACIÓN x=0, LA ENERGÍA CINÉTICA ES CERO
d) PARA LA ELONGACIÓN x=(1/2)A, LA ENERGÍA CINÉTICA ES $(3/8)mA^2\omega^2$

SOL:

Si la ecuación de la velocidad está expresada en función del coseno, la de la elongación viene dada en función del seno, $x= A\,\text{sen}\,\omega t$, puesto que al derivar esta expresión se obtiene la velocidad.

Cuando x=0, $\text{sen}\,\omega t=0$ y $\cos\omega t=1$ y $v=A\omega$, la opción a es correcta. Cuando x=A/2, $\text{sen}\,\omega t=1/2$ y $\cos\omega t=\sqrt{1-sen^2\omega t}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, por lo que $v=\frac{dx}{dt}=\frac{d(A.sen\,\omega t)}{dt}=A.\,\omega\cos\omega t=A.\omega\frac{\sqrt{3}}{2}$. La opción b es correcta.

La energía cinética es $(1/2)mv^2$, y al ser x=0, $v=A\omega$, por consiguiente la energía cinética no es nula, sino la máxima posible.

Para x=A/2, hemos visto que $v=A.\omega\frac{\sqrt{3}}{2}$, por lo que la energía cinética es $[(1/2)mA^2\omega^2 3]/4= mA^2\omega^2 3/8$, lo cual indica que d es correcta.