TEST SOLUCIONADOS DE FÍSICA, DESDE LA ENSEÑANZA SECUNDARIA HASTA LA UNIVERSIDAD

1. CÁLCULO VECTORIAL Y CINEMÁTICA

1.1. Nociones de cálculo vectorial

1.2. Vector de posición, velocidad y aceleración

1.3. Gráficas de movimiento

1.4. Movimiento en el campo gravitarorio terrestre

1.5. Cinemática deportiva

1.6. Movimientos circulares

1.7. Movimiento armónico simple

1.8. Movimientos relativos

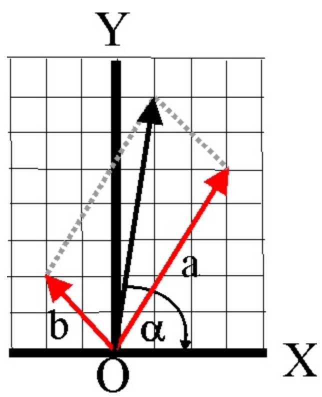
1.1. NOCIONES DE CÁLCULO VECTORIAL

1.1.1. Los vectores **a** y **b** forman entre sí un ángulo de 90E. Si el vector **s** es **s**=**a**+**b**, es correcto decir:

a) $|\mathbf{s}|=|\mathbf{a}|^2+|\mathbf{b}|^2$
b) $|\mathbf{s}|=$ **/**$(|\mathbf{a}|+|\mathbf{b}|)$
c) $|\mathbf{s}|=$ **/**$(|\mathbf{a}|+|\mathbf{b}|+2|\mathbf{a}||\mathbf{b}|)$
d) $|\mathbf{s}|^2=|\mathbf{a}|^2+|\mathbf{b}|^2+2\mathbf{ab}$
e) $|\mathbf{s}|^2=|\mathbf{a}|^2+|\mathbf{b}|^2$

SOL:
Al escribir **s**=**a**+**b**, no se afirma que el módulo de **s** sea la suma algebraica de los módulos de **a** y **b** sino que el efecto físico que produce **s** es el mismo que el de **a** y **b** actuando simultáneamente.El módulo del vector suma respecto a sus componentes es :

$|\mathbf{s}|$ = %[$|\mathbf{a}|^2$ + $|\mathbf{b}|^2$ + 2 $|\mathbf{a}||\mathbf{b}|$ cos α], siendo α el ángulo formado por los vectores.
En el caso que nos ocupa, el ángulo α es igual a 90E, y cos α = 0.
Por lo tanto $|\mathbf{s}|^2 = |\mathbf{a}|^2 + |\mathbf{b}|^2$, siendo la opción correcta, la <u>e</u>

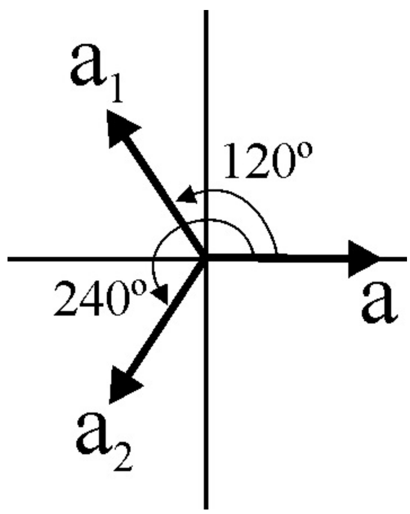


1.1.2

1.1.2. El vector suma de los vectores **a**=3**i**+5**j** y **b**=-2**i**+2**j** forma un ángulo con el eje de las X de aproximadamente:

a) 60E b) 67E c) 71E d) 82E e) 90E

SOL:
El vector suma de **a** y **b** es **s** = (3-2)**i** + (5+2)**j** = **i** + 7**j**. La tangente del ángulo que forma el vector suma con el semieje positivo de las X, es el cociente entre las componentes sobre el eje Y y sobre el eje X del vector suma, esto es: tangente α = 7/1 = 7, de donde α=82E



1.1.3

1.1.3. Tres vectores iguales en módulo, son coplanarios y concurrentes en un punto y forman entre sí ángulos de 120E. Su suma es:

a) NULA
b) ES UN VECTOR DE MÓDULO IGUAL UNO DE LOS SUMANDOS
c) ES UN VECTOR DE MÓDULO TRES VECES MAYOR QUE UNO DE LOS SUMANDOS
d) ES UN VECTOR DE MÓDULO NUEVE VECES MAYOR QUE UNO DE LOS SUMANDOS
e) NO SE PUEDEN SUMAR

SOL:
Podemos resolver esta cuestión sumando las componentes sobre los ejes coordenados de tres vectores del mismo módulo (designados en la figura por **a**, $\mathbf{a_1}$ y $\mathbf{a_2}$)

Componentes(X)	Componentes(Y)	Vector
a	0	**a**
a cos 120E	a sen 120E	$\mathbf{a_1}$
a cos 240E	a sen 240E	$\mathbf{a_2}$

La suma sobre el eje X vale:
a + a cos 120E + a cos 240 = a + (-0,5 a) + (-0 ,5 a)= 0
y la suma sobre el eje Y :
0 + a sen 120E + a sen 240E = 0,87a - 0,87a = 0.
Al ser las componentes X e Y nulas se deduce que la opción correcta es la <u>a</u>

1.1.4. Dados lo vectores **a**=5**i**-3**j**+4**k**, **b**=8**i**-5**j**-6**k** y **c**=3(**i**+**j**+**k**), el vector suma tiene un módulo de:

a) 11,3 b) 16,8 c) 21,5 d) 32,2 e) 44,4

SOL:

Hagamos en primer lugar la suma de los tres vectores **s**= **a** + **b** + **c** = (5+8+3)**i** + (-3-5+3)**j** + (4-6+3)**k** = 16**i** - 5**j** + **k**. El módulo del vector es:

│**s**│ = %[16^2 + $(-5)^2$ + 1^2] = 16,8 . Por lo tanto la solución correcta es la <u>b</u>

1.1.5. Si un vector tiene su origen en el punto (3,2,1) y su extremo en (-4,6,-2), su módulo vale:

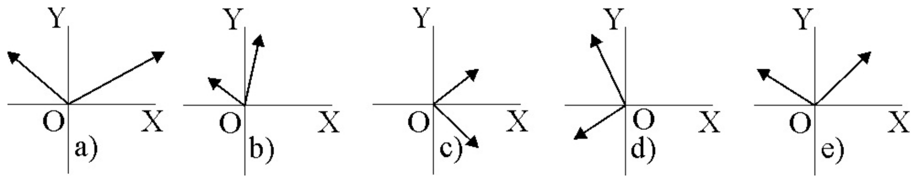
a) 2,1 b) 4,3 c) 6,2 d) 8,6 e) 10,5

SOL:

El vector se obtiene restando las correspondientes componentes del extremo de las del origen:

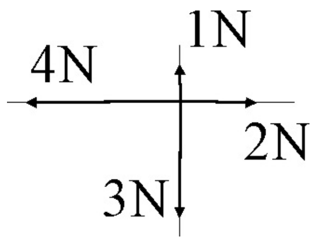
a = (-4-3)**i** + (6-2)**j** + (-2-1)**k** = -7**i** + 4**j** - 3**k**. │**a**│ = %[$(-7)^2$+4^2 +$(-3)^2$]= 8,6.
Por lo tanto la respuesta correcta es la <u>d</u>.

1.1.6. Señale entre las siguientes figuras aquella en que la resultante de las dos fuerzas esté sobre el eje de ordenadas:



SOL:

Al aplicar la regla del paralelogramo para sumar dos fuerzas se deduce de un simple vistazo a las figuras que se pueden descartar las opciones :a, cuya resultante está en el primer cuadrante; b, cuya resultante está en el segundo cuadrante; c, con resultante en el primer cuadrante y d cuya resultante está en el segundo cuadrante. Queda como solución la <u>e</u>, la cual se confirma dibujando el paralelogramo.



1.1.7

1.1.7. Cuatro fuerzas concurrentes actúan en la forma que indica la figura. El valor del módulo resultante es:

a) /4 N b) /5 N c) /6 N d) /7 N e) /8 N

SOL:

Sumando las fuerzas horizontales y verticales, tenemos:
Verticales (Y): 1N - 3N = - 2N
Horizontales(X): 2N - 4N = - 2N. Por lo tanto el vector suma es

s = - 2**i** - 2**j** , cuyo m**ó**dulo ser**á** │**s**│=%[$(-2)^2$ + $(-2)^2$] = %8 N.Solución correcta, la <u>e</u> .

1.1.8. Dado el vector **a**=x**i**+y**j**+z**k**, el vector unitario que tiene la misma dirección y sentido que **a** es:

a) (x**i**+y**j**+z**k**)/(x+y+z)
b) (x**i**+y**j**+z**k**)/xyz
c) (x**i**+y**j**+z**k**)/(x^2+y^2+z^2)
d) (x**i**+y**j**+z**k**)/ / (x^2+y^2+z^2)
e) **i**+**j**+**k**

SOL=

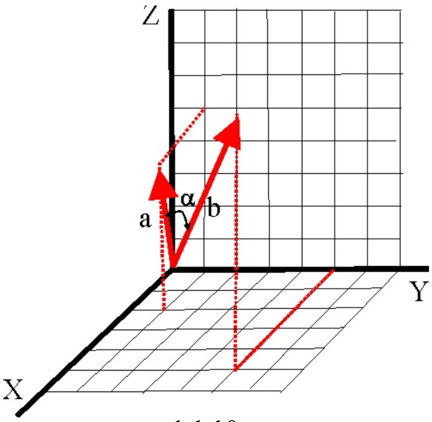
Entre un vector unitario τ y el vector **a** que tiene la misma dirección y sentido, existe la relación:

τ │**a**│ = **a** , siendo │**a**│= %(x^2+ y^2+ z^2) , despejando el vector unitario, resulta : **τ** = **a**/│**a**│ =(x**i** + y**j** + z**k**)/ %(x^2+y^2+z^2) , que corresponde a la opción <u>d</u>

1.1.9. El ángulo que forman entre sí los vectores $\mathbf{a}=x_1\mathbf{i}+y_1\mathbf{j}+z_1\mathbf{k}$ y $\mathbf{b}=x_2\mathbf{i}+y_2\mathbf{j}+z_2\mathbf{k}$ puede calcularse mediante la expresión:

a) $\cos\alpha=\mathbf{ab}/(x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2)$
b) $\cos\alpha=\boldsymbol{/}(x_1^2+y_1^2+z_1^2)\boldsymbol{/}(x_2^2+y_2^2+z_2^2)/(x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2)$
c) $\cos\alpha=(x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2)/\boldsymbol{/}(x_1^2+y_1^2+z_1^2)\boldsymbol{/}(x_2^2+y_2^2+z_2^2)$
d) $\cos\alpha=|\mathbf{a}|/|\mathbf{b}|$
e) $\cos\alpha=(x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2)/(x_1^2+y_1^2+z_1^2)^2(x_2^2+y_2^2+z_2^2)^2$

SOL:
El producto escalar de dos vectores es $\mathbf{a}.\mathbf{b}=|\mathbf{a}||\mathbf{b}|\cos\alpha$, siendo α el ángulo que forman ambos vectores. Los módulos de los vectores **a** y **b** son respectivamente: $|\mathbf{a}|=(x_1^2+y_1^2+z_1^2)^{½}$, $|\mathbf{b}|=(x_2^2+y_2^2+z_2^2)^{½}$
, y el producto escalar de ambos vectores $\mathbf{a}.\mathbf{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$
Si despejamos $\cos\alpha$ de la primera expresión, resulta :
$\cos\alpha=\mathbf{a}.\mathbf{b}/|\mathbf{a}||\mathbf{b}|=(x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2)/(x_1^2+y_1^2+z_1^2)^{½}(x_2^2+y_2^2+z_2^2)^{½}$,que coincide con la opción c .



1.1.10

1.1.10. Dados los vectores $\mathbf{a}=2\mathbf{i}+\mathbf{j}+5\mathbf{k}$ y $\mathbf{b}=7\mathbf{i}+5\mathbf{j}+8\mathbf{k}$, el ángulo que forman entre sí es:

a) 23,5E b) 31,2E c) 45E d) 60E e) 87,3E

SOL:
Deducida la fórmula en la cuestión anterior y sustituyendo valores numéricos resulta:
$\cos\alpha=(2.7)+(1.5)+(5.8)/[(2^2+1^2+5^2)^{½}.(7^2+5^2+8^2)^{½}]=0,917$.
D e lo que α=23,5E .La solución válida es la a.

1.1.11. El producto escalar entre dos vectores **a** y **b** es igual a:

a) $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2+|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2$ b) $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2-|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2$ c) $1/4(|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2-|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2)$
d) $\mathbf{a}+\mathbf{b}$ e) $(\mathbf{a}+\mathbf{b})^2$

SOL:
Hagamos algunas de las operaciones indicadas en las opciones:
$\mathbf{a}+\mathbf{b}=(x_1+x_2)\mathbf{i}+(y_1+y_2)\mathbf{j}+(z_1+z_2)\mathbf{k}$, y $\mathbf{a}-\mathbf{b}=(x_1-x_2)\mathbf{i}+(y_1+y_2)\mathbf{j}+(z_1+z_2)\mathbf{k}$ los módulos de ambos vectores, son respectivamente :
$|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2=(x_1+x_2)^2+(y_1+y_2)^2+(z_1+z_2)^2$,y
$|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2$,de donde
$|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2-|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2=4x_1x_2+4y_1y_2+4z_1z_2$,$1/4(|\mathbf{a}+\mathbf{b}|^2-|\mathbf{a}-\mathbf{b}|^2)=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=\mathbf{a}.\mathbf{b}$
, que coincide con la opción c .

1.1.12. Dado el vector $\mathbf{a}=6\mathbf{i}-4\mathbf{j}+12\mathbf{k}$ y siendo $\boldsymbol{\tau}$ un vector unitario que tiene la misma dirección y sentido que **a** es correcto decir:

a) $\tau=(6\mathbf{i}-4\mathbf{j}+12\mathbf{k})/\boldsymbol{/}(6^2+(-4)^2+12^2)$
b) $\tau=(6\mathbf{i}-4\mathbf{j}+12\mathbf{k})/(6^2+(-4)^2+12^2)^{½}$
c) $\tau=2(6\mathbf{i}-4\mathbf{j}+12\mathbf{k})/2A14$
d) $\tau=(3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+6\mathbf{k})/7$
e) TODO LO ANTERIOR

SOL:
Entre un vector unitario tau y un vector **a** que tiene la misma dirección y sentido existe la relación:

$\tau|\mathbf{a}|=\mathbf{a}$, siendo $|\mathbf{a}|=\%(x^2+y^2+z^2)$. Despejando el vector unitario, resulta:

$\boldsymbol{\tau}=\mathbf{a}/|\mathbf{a}|=(x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k})/\%(x^2+y^2+z^2)=6\mathbf{i}-4\mathbf{j}+12\mathbf{k}/\%(6^2+(-4)^2+12^2$,
que coincide con la opción a . Las b,c y d son iguales. Basta comprobarlo operar en el denominador.Por lo tanto , la respuesta a la prueba es la opción e .

1.1.13. Dados los vectores **a**=5**i**+2**j**-8**k** y **b**=2**i**-λ**j**-3**k**, el valor de λ para el que los vectores **a** y **b** son perpendiculares es:

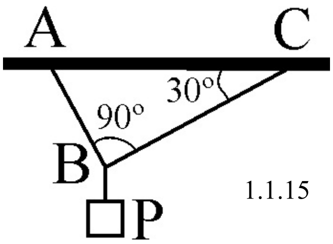
a) 10 b) 13 c) 15 d) 17 e) 19

SOL:
Si dos vectores son perpendiculares, su producto escalar es 0.
a.**b** = 5.2 + 2.(-λ) - 8.(-3)=0. De lo que λ= 17. La opción válida es la d

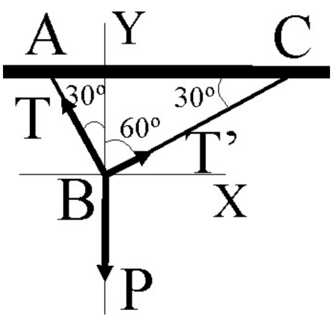
1.1.14. Dados los vectores **s**=**i**+9**j**-3**k** y **a**=2**i**+4**j**-5**k**, siendo **s**=**a**+**b** se puede deducir que **a-b** es igual a:

a) 3**i**-**j**-7**k** b) 2**i**-**j**+6**k** c) 3**i**+13**j**-6**k**
d) **i**+5**j**-4**k** e) 3**i**-2**j**-11**k**

SOL:
Si **s** = **a** + **b** , se deduce que **b** = **s** - **a**, y por lo tanto :
b = (1-2)**i**+(9-4)**j**+(-3+5)**k** = -**i** + 5**j** + 2**k** y
a - **b** = (2+1)**i** +(4-5)**j** +(-5-2)**k** = 3**i** -**j** -7**k** , que corresponde a la opción a.



1.1.15



1.1.15s

1.1.15. La tensión de los cables AB y BC que sostienen el peso P son 433N y 250N respectivamente, se puede deducir que el valor de P expresado en newtones es:

a) 500 b) 600 c) 683 d) 700

SOL:
El diagrama de fuerzas correspondiente al sistema que se adjunta, indica que al haber equilibrio, se tiene que cumplir que la suma de las proyecciones de las fuerzas sobre los ejes sea 0.
EJE X : T'cos 30E+ T cos 120E+ P cos 270E= 0;250.0,87+433.(-0,5)+P.0=0
EJE Y : T'sen 30E+ T sen 120E+ P sen 270E= 0;250.0,50+433.0,87+P.(-1)=0.
De lo que resulta,despejando P, que P=500 N. La opción válida es la a.

1.1.16. Si **aHb**=**c**, el producto escalar **cb** es igual a:

a) CERO
b) UN ESCALAR DE VALOR cb
c) UN VECTOR
d) UN VECTOR UNITARIO
e) UNO

SOL:
Recordemos una propiedad del producto vectorial:
c es perpendicular al plano que forman **a** y **b**. Por lo tanto, **c** es necesariamente perpendicular a **b** y el producto escalar de dos vectores perpendiculares es nulo. Se deduce que la opción correcta es la a .

1.1.17. Dados los vectores **a**=5**i**+6**j** y **b**=4**i**-6**j** , el vector **c**=**aHb**:

a) SERÁ NULO
b) ESTARÁ CONTENIDO EN EL PLANO XY
c) SÓLO TENDRÁ COMPONENTE **k**
d) SU EXPRESIÓN SERÁ DEL TIPO **c**=m**i**+n**j**
e) **c** NO PUEDE SER UN VECTOR, ES UN ESCALAR

SOL:
Los vectores **a** y **b** están contenidos en el plano XY ya que carecen de la componente **k** y **c** es un vector perpendicular al plano XY.Las opciones b y d, por lo tanto son falsas. Si **c** al ser perpendicular a XY, sólo tendrá componente **k**, luego las opciones a y d, son falsas, y e es incompatible, por eliminación la opción correcta es la c que comprobaremos haciendo el producto vectorial:

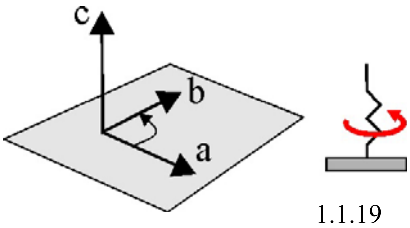
$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 5 & 6 & 0 \\ 4 & -6 & 0 \end{vmatrix} = (-30-24)\,\mathbf{k} = -54\,\mathbf{k}$$

1.1.18. Si **c**=**a**H**b** se cumple que el módulo de **c** vale:

a) ab b) ab cosα c) ab senα d) a^2b^2 e) $a^2b^2sen^2α$

SOL:

Por definición de producto vectorial , su módulo es el producto de los módulos de los vectores que se multiplican por el seno del ángulo que forman, por lo que la opción correcta es la c.

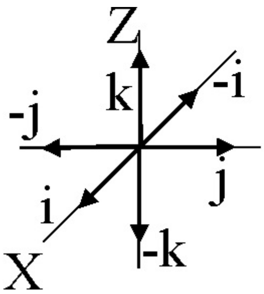


1.1.19

1.1.19. Si con **i**, **j**, **k** se designan a los vectores unitarios a lo largo de los ejes positivos X, Y, Z, entre las siguientes expresiones hay una incorrecta:

a) **i**H(-**j**)=-**k** b) **j**H**i**=-**k** c) -**j**H(-**i**)=-**k**

d) -**i**H**j**=-**k** e) -**j**H**i**=-**k**



1.1.19s

SOL:

Para resolver la prueba debe recordarse que por ejemplo, los vectores **i** y -**i**, sólo se diferencian en el sentido, y que el vector producto vectorial **c** = **a** x **b** , es perpendicular al plano que forman los vectores **a** y **b**, de forma que su sentido corresponda al de avance de un sacacorcho que vaya de multiplicando a multiplicador por el camino más corto ,siendo │**c**│=│**a**││**b**│ sen α. Al aplicar lo dicho a los productos de vectores unitarios, y según el esquema de la figura, se observa que -**j** x **i** = **k**, por lo tanto la opción e es la incorrecta.

1.1.20. El resultado de la operación vectorial (**i**H**j**).**k** es:

a) UNO b) CERO c) NO SE PUEDE REALIZAR

d) ES UN VECTOR UNITARIO e) ES **j**

SOL:

De acuerdo con lo expuesto en ejercicio 1.1.19, el producto **i** x **j** = **k** , y al multiplicarlo escalarmente por sí mismo dará siempre la unidad. Es válida la a

1.1.21. Dadas las operaciones (**a**H**b**)H**c** y (**a**H**b**).**c**:

a) LAS DOS SON VECTORES

b) LAS DOS SON ESCALARES

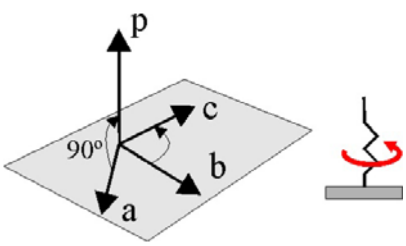
c) LA PRIMERA ES UN ESCALAR Y LA SEGUNDA UN VECTOR

d) LA PRIMERA ES UN VECTOR Y LA SEGUNDA UN VECTOR UNITARIO

e) LA PRIMERA ES UN VECTOR Y LA SEGUNDA UN ESCALAR

SOL:

El producto vectorial de dos vectores, siempre es un vector, mientras que el escalar, es un escalar, por lo tanto la única correcta es la e



1.1.22

1.1.22. Si para tres vectores el doble producto **a**.(**b**H**c**) es nulo, entonces:

a) SON VECTORES UNITARIOS

b) SON VECTORES COPLANARIOS

c) SON VECTORES PERPENDICULARES

d) **b** Y **c** SON PERPENDICULARES

e) AL MENOS UNO DE ELLOS ES UNITARIO

SOL:

b x **c** = **p**, siendo **p** perpendicular al plano formado por **b** y **c**.

Como **a**.(**b** x **c**) = **a** . **p** = 0, se deduce que **a** y **p** son perpendiculares, y por lo tanto el vector **a** está en el mismo plano que **b** y **c** .Si se fija en la figura al margen, se concluirá que la opción correcta es la b.

1.1.23. Dado el vector **a**=r(**i**cosωt+**j**senωt) en donde r y ω son constantes y t variable, una de las opciones es falsa:

a) d**a**/dt=rω(-**i**senωt+**j**cosωt)

b) **a**.(d**a**/dt)=0

c) │**a**│=r

d) **a**·**a**=r

SOL:

Realicemos cada una de las operaciones hasta encontrar la que es falsa.

a)

d**a**/dt=r[**i**.d(cosωt)/dt)+**j**.d(senωt)/dt]= r[-**i**(senωt)ω+-**j**(cosωt)ω]= rω(-**i**senωt+**j**cosωt)

Esta opción es cierta.

b) Recordemos que:

a.**b**=$x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$, siendo x, y, z, las componentes de los vectores.

a.d**a**/dt=(rcosωt)(-rωsenωt)+(rsenωt)(rωcosωt)=0

La opción b) es correcta.

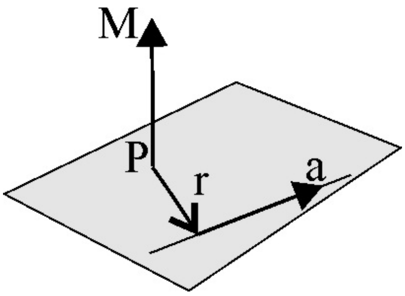
c) El módulo del vector **a** es:

│**a**│= √[(rcosωt)^2+(rsenωt)^2]= √[r^2(sen^{2}ωt+cos^{2}ωt)]= √r^2= r

d) Finalmente

a.**a**=(rcosωt)(rcosωt)+(rsenωt)(rsenωt)= r^2

La opción <u>d</u>) es falsa.



1.1.24

1.1.24. El momento de un vector respecto de un punto que está situado fuera de la recta que contiene al vector, siempre:

a) ES UN ESCALAR b) ES UN VECTOR UNITARIO

c) ES UN VECTOR d) ES NULO

e) ESTÁ EN EL PLANO QUE CONTIENE AL VECTOR Y AL PUNTO

SOL:

El momento de un vector respecto de un punto P, es el producto vectorial **M**=**r** x **a** . Los tres vectores están indicados en la figura adjunta. De su observación se deduce que la opción correcta es la <u>c</u> .

1.1.25. El vector **a**=3**i**+5**j**+4**k** aplicado en el punto (-1,0,-2) tiene un momento respecto del origen de coordenadas que vale:

a) 10**i**-4**j**+5**k** b) 10**i**-4**j**+15**k** c) 10**i**-2**j**-5**k**

d) 5**i**-5**j**-5**k** e) 0.

SOL:

Aplicando lo dicho en la 1.1.24, **r** tiene su origen en (0,0,0) y extremo en (-1,0,-2), por lo que **r** = (-1-0)**i** + (0-0)**j** + (-2-0)**k** = -**i** - 2**k**, por lo que **M** = **r** x **a** =

│ **i** **j** **k** │

│-1 0 -2 │ = (0.4 + 2.5)**i** - [4.(-1)+2.3]**j** + [(-1).5 - 0.3]**k** = 10**i**-2**j**-5**k**

│ 3 5 4 │ La respuesta correcta es la <u>c</u> .

1.1.26. Si el producto escalar de dos vectores es 3, y el módulo de su producto vectorial es √3, se podrá decir que el ángulo que forman entre sí es de:

a) 45E b) 30E c) 50E

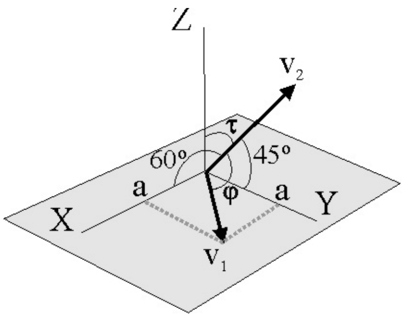
d) 60E e) NINGUNO DE LOS DADOS

SOL:

De lo dicho en la 1.1.9 y 1.1.18. sobre las definiciones de producto escalar y vectorial, y dividiendo ésta por la anterior, tenemos que tan α = (**a** x **b**)/ (**a** . **b**).

Por lo tanto tan α = √3 /3, de lo que α=30E.La solución válida es la <u>b</u>.

1.1.27.* Dado el vector $\mathbf{V}_1$=a**i**+a**j**, y el vector $\mathbf{V}_2$, que tiene por módulo a y forma ángulos de 60E y 45E respectivamente con los ejes X e Y, se podrá decir que:



1.1.27

a) EL VECTOR $\mathbf{V}_2$ ESTÁ EN EL PLANO X=0
b) EL ÁNGULO α QUE FORMA $\mathbf{V}_2$ CON EL EJE Z ES DE 60E
c) EL ÁNGULO $ QUE FORMAN $\mathbf{V}_1$ Y $\mathbf{V}_2$ ES APROXIMADAMENTE DE 30E
d) LA SUPERFICIE DEL PARALELOGRAMO FORMADO POR LOS DOS VECTORES ES APROXIMADAMENTE $0{,}74a^2$
e) EL VECTOR SUPERFICIE FORMADO POR $\mathbf{V}_1$ Y $\mathbf{V}_2$ ES $(a^2/2)(\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k})$

SOL:
La componentes X de V_2 = a cos 60 = a/2, por lo tanto dicho vector no está en plano X=0, que supondría una componente x nula, lo que invalida la a.
Dado que la suma de los cuadrados de los cosenos directores, es igual a 1, podremos calcular el ángulo que forma V_2 con el eje Z. Así $\cos^2 60 + \cos^2 45 + \cos^2\alpha = 1$; $\cos^2\alpha = 1 - 1/2 - 1/4 = 1/4$; α=60E.Por lo tanto, es válida la b.
El ángulo que forman los dos vectores se calcula según lo visto en 1.1.9, y para ello se calculan las componentes Y y Z de V_2 :

Y= a cos 45 = a%2/2, Z=a cos 60=a/2 . │V_1│=a%2 y │V_2│=a.

De lo que cos $ = (a.a/2 + a.a%2/2)/a%2.a = (1+%2)/2%2 =0,85.Cuyo ángulo corresponde a 31,4º, lo que confirma la respuesta c.
La superficie del paralelogramo sería el módulo de :

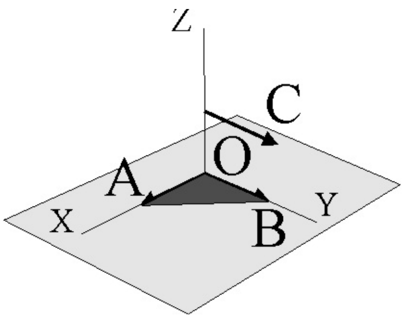
│ **i** **j** **k** │

V_1 x V_2=│ a a 0 │ = $a^2/2$ **i**- $a^2/2$ **j** +a^2(%2 - 1)/2 **k**, que vale $0{,}74a^2$

│a/2 a%2/2 a/2│

lo cual confirma la solución d, y desecha la e.

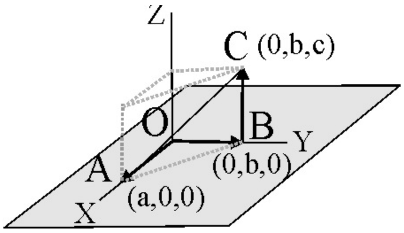
1.1.28. En el dibujo de la figura, dados los vectores **A**, **B** y **C**, todos ellos con módulo igual, se podrá fácilmente demostrar que el vector área **OAB** es respecto al **C**:



1.1.28

a) PARALELO b) PERPENDICULAR
c) FORMA UN ÁNGULO DE 45E d) FORMA UN ÁNGULO DE 0E
e) NADA DE LO DICHO

SOL:
Dado que el vector área se produce a través de la mitad del producto vectorial de **OA** x **OB**, por tratarse de un triángulo y puesto que aquél es, según 1.1.19 y 1.1.22, perpendicular al plano formado por **OA** y **OB**, en este caso plano Z=0, tendrá sólo componente Z, siendo perpendicular a **C**, que sólo la tiene Y.Por lo tanto la única respuesta correcta es la b .



1.1.29

1.1.29. Dados los vectores **OA**(a,0,0) y **OB**(0,b,0), sobre el extremo de éste, se traza el vector **BC**, perpendicular al plano OAB, y de módulo c. El vector superficie triangular **ABC** es:

a) (abc/2)**i** b) [1/2 ***l*** (a^2+b^2)c]**i** c) -[(a+b)c/2]**i**

d) [(a+b)c/2]**j** e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

Mientras que el volumen del prisma formado por los vectores **OA**, **AB** y **BC**, tomados como aristas deberá ser:

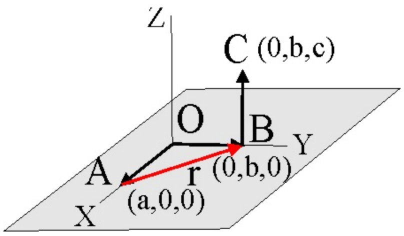
a) 2abc b) abc/2 c) 2abc **k**

d) (abc/2)**i** e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

SOL:

Los vectores **OA** y **OB** son respectivamente a**i** y b**j** .

El vector **AB** será= -a**i** + b**j** , mientras que el **BC** = c**k** .Por lo dicho en la cuestión 1.1.28, el vector área a calcular= 1/2 (**AB** x **BC**)=(bc**i** + ac**j**)/2, que sólo corresponde a la opción e. El volumen de paralelepípedo formado, corresponde al producto mixto de los vectores tomados como aristas o sea **BC** .(**OA** x **AB**)/2= c**k** .[a**i** x (-a**i** + b**j**)]= c**k** . ab**k** /2 = abc/2 , siendo válida la solución **b**.



1.1.30

1.1.30. Si te dieran el vector **C**=c**k**, aplicado en el punto B(0,b,0), el momento de este vector respecto al punto A(a,0,0), será:

a) bc**i**+ac**j** b) ac**i**+bc**j** c) bc**j**+ac**k**

d) ac**i**+bc**k** e) NINGUNO DE LOS DADOS

Mientras que el momento respecto al eje X, será:

a) ab**i** b) bc c)ab

d) bc**j** e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

SOL:

Según lo dicho en la 1.1.24, y observando el esquema dado, se verá que **r**=-a**i**+b**j**, y dado que **M** = **r** x **C** = (-a**i**+b**j**) x c**k** = bc**i** + ac**j** , solución a.

El momento de un vector respecto un eje, es igual al producto escalar de un vector unitario del eje por el momento de dicho vector respecto a un punto del eje.Dado que el vector unitario del eje X ,es el **i** y el punto A pertenece a X, en este caso M_X = **i** . **M** = **i** . (bc **i** + ac**j**) = bc. Respuesta válida,la b.

1.1.31.* Dado un vector $\mathbf{V}_1$=a·sent**i**+a·cost**j**, el vector $\mathbf{V}_2$=d$\mathbf{V}_1$/dt formará un ángulo con $\mathbf{V}_1$ de:

a) 0E b) 45E c) 90E

d) 180E e) NINGUNO DE LOS DADOS

Mientras que con el vector $\mathbf{V}_3$=d^2V/dt^2, lo formará de:

a) 0E b) 45E c) 90E

d) 180E e) NINGUNO DE LOS VALORES DADOS

Siendo $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_3$ a su vez:

a) PARALELOS

b) PERPENDICULARES

c) FORMANDO UN ÁNGULO DE 45E

d) FORMANDO UN ÁNGULO DE 0E

e) NADA DE LO DICHO

SOL:

Derivando $\mathbf{V}_1$ sucesivamente para calcular $\mathbf{V}_2$ y $\mathbf{V}_3$,tenemos :

$\mathbf{V}_2$=a cost**i**- a sent**j**, y $\mathbf{V}_3$= -asent**i**- a cost**j** , y los módulos respectivos de los tres vectores,serían $|\mathbf{V}_1|$=a ,$|\mathbf{V}_2|$=a = $|\mathbf{V}_3|$.Recordando que $\mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_2 = |\mathbf{V}_1||\mathbf{V}_2|$ cosα, por lo tanto,

cos α=0/a^2=0;α=90E.La primera respuesta correcta es la c.

El que forman $\mathbf{V}_2$ y $\mathbf{V}_3$,puesto que cos $\$$= 0/a^2=0, también es de 90E.Vale la c.

A su vez,$\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_3$,como cos τ = $(-a^2sen^2t-a^2cos^2t)/a^2$ = -1,el ángulo será de 180E, o sea la respuesta idónea será la e.