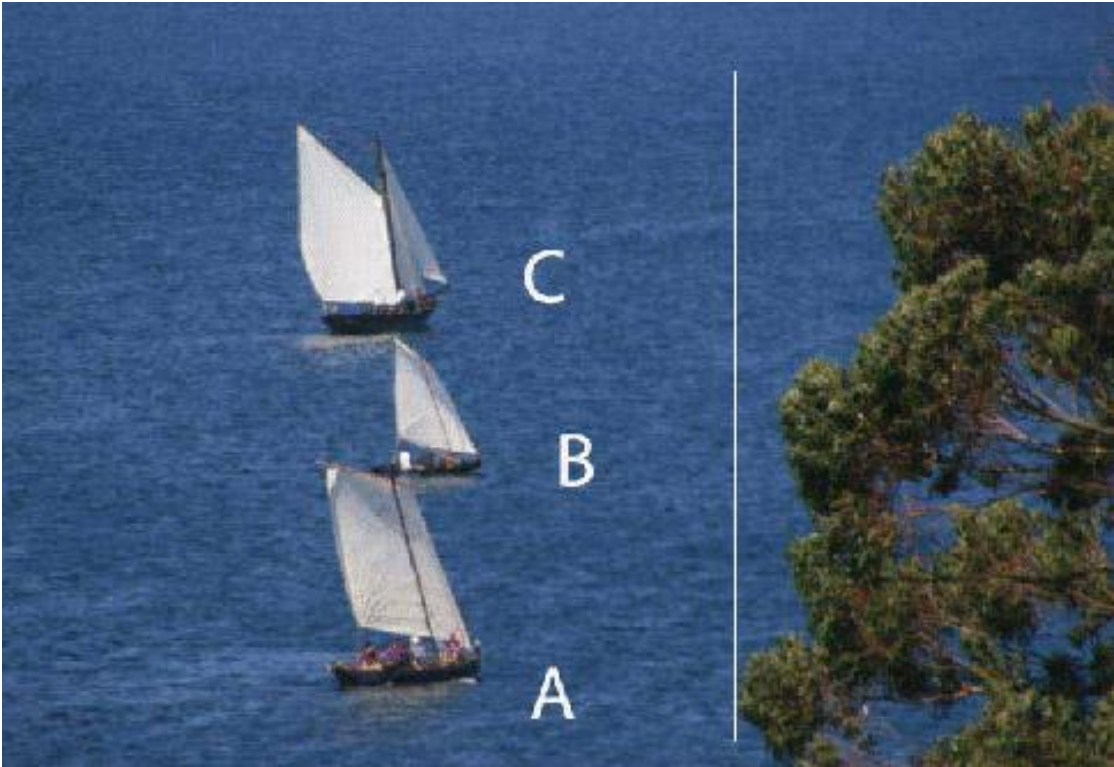
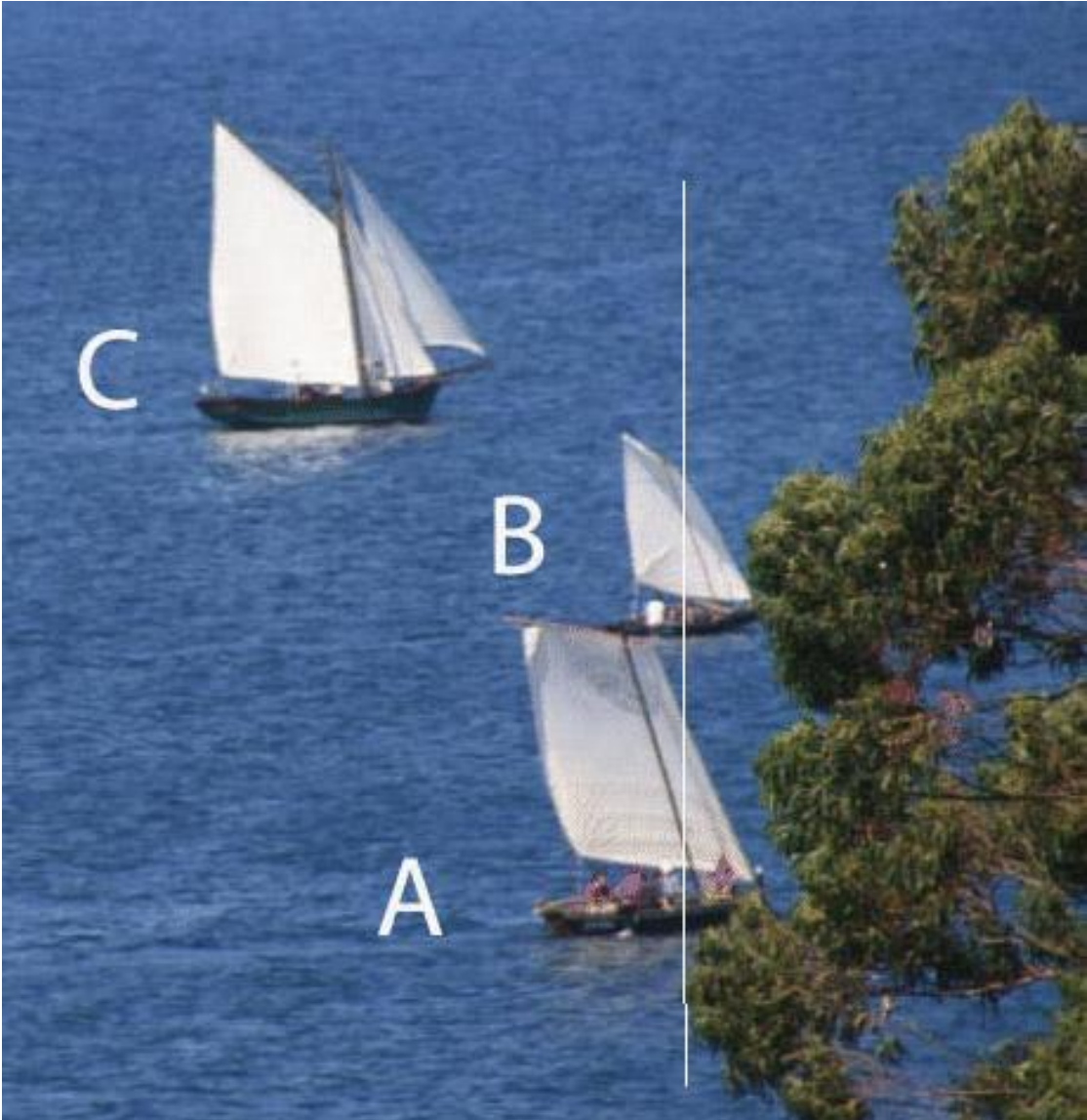


PVF26-1*- Navegación a vela



Fotografía 1



Fotografía 2

La velocidad de un barco velero es directamente proporcional a los metros cuadrados de vela e inversamente a la fricción del casco que suele depender de la relación entre la superficie de las velas y el peso de barco

Las embarcaciones de vela dadas en las fotos tienen las siguientes características:

PesoA=500 kg.

Eslora=8m.

Superficie de vela=30m²

PesoB=300kg.

Eslora 6m

Superficie de vela 20m²

PesoC=1200kg

Eslora 12m

Superficie de vela 50m²

Las dos fotos están hechas con un intervalo de 30 segundos. Según esto, determina:

a) La velocidad de las embarcaciones

b) Ordénalos por su fricción con el agua. Justifica el resultado en relación con su velocidad.

NOTA. En la medida de la embarcación C, de la foto 1, hay que tener en cuenta que dicha embarcación está inclinada un ángulo de 45°, respecto a la dirección de avance, mientras que la A lo está 10°.

SOLUCIÓN

- a) En la fotografía 1, se mide, o en la fotocopia o en la pantalla del ordenador, la longitud L' de las respectivas embarcaciones en milímetros y se determina el factor de conversión, después de las conversiones $L=L'\cos$ (ángulo de desviación, aproximado)

$$F_{A1} = \frac{8m}{18mm \cdot \cos 10^\circ} = 0,45 \frac{m}{mm} \quad \text{Se repite lo mismo con las demás:}$$

$$F_{B1} = \frac{6m}{15mm \cdot \cos 0^\circ} = 0,4 \frac{m}{mm}; \quad F_{C1} = \frac{12m}{15mm \cdot \cos 45^\circ} = 0,38 \frac{m}{mm} \quad \text{Se repite la operación en la}$$

foto 2

$$F_{A2} = \frac{8m}{30mm} = 0,27 \frac{m}{mm}; \quad F_{B2} = \frac{6m}{22mm} = 0,27 \frac{m}{mm}; \quad F_{C2} = \frac{12m}{32mm} = 0,375 \frac{m}{mm}$$

Se mide la distancia desde la proa de las respectivas embarcaciones al eje de referencia, y se calcula la distancia real multiplicando por el factor de conversión hallado en la foto 1.

$$d_{A1} = -34mm \cdot 0,45 \frac{m}{mm} = -15,35m. \quad ; \quad d_{B1} = -34mm \cdot 0,4 \frac{m}{mm} = -13,6m;$$

$$d_{C1} = -40mm \cdot 0,38 \frac{m}{mm} = -15,1m$$

Se repite el proceso con la fotografía 2: $d_{A1} = 11mm \cdot 0,27 \frac{m}{mm} = 2,93m;$

$$d_{B2} = 11mm \cdot 0,27 \frac{m}{mm} = 2,97m; \quad d_{C2} = -34mm \cdot 0,375 \frac{m}{mm} = -12,75m$$

Se determina el desplazamiento efectuado por cada embarcación y se calcula su velocidad dividiendo por el tiempo entre fotos

$$v_A = \frac{2,93m - (-15,35m)}{10s} = 1,82 \frac{m}{s}; \quad v_B = \frac{2,97m - (-13,6m)}{10s} = 1,66 \frac{m}{s};$$

$$v_C = \frac{-12,75m - (-15,1m)}{10s} = 0,23 \frac{m}{s}$$

- b) Factor de resistencia a la navegación $f = \text{Masa} / \text{S. vela}$

$$f_A = \frac{500kg}{30m^2} = 16,67 \frac{kg}{m^2}; \quad f_B = \frac{300kg}{20m^2} = 15 \frac{kg}{m^2}; \quad f_C = \frac{1200kg}{50m^2} = 24 \frac{kg}{m^2}$$

De lo que el rozamiento del agua a la navegación será $C > A > B$

Y la relación velocidad/ rozamiento será

$$\frac{v_A}{f_A} = \frac{1,82 \frac{m}{s}}{16,67 \frac{kg}{m^2}} = 0,11 \frac{m^3}{kg \cdot s}; \quad \frac{v_B}{f_B} = \frac{1,66 \frac{m}{s}}{15 \frac{kg}{m^2}} = 0,11 \frac{m^3}{kg \cdot s}; \quad \frac{v_C}{f_C} = \frac{0,23 \frac{m}{s}}{24 \frac{kg}{m^2}} = 0,01 \frac{m^3}{kg \cdot s}$$

Como se aprecia para la embarcación A y B, las relaciones están muy próximas

PVF26-2**- Tres multímetros en un circuito eléctrico

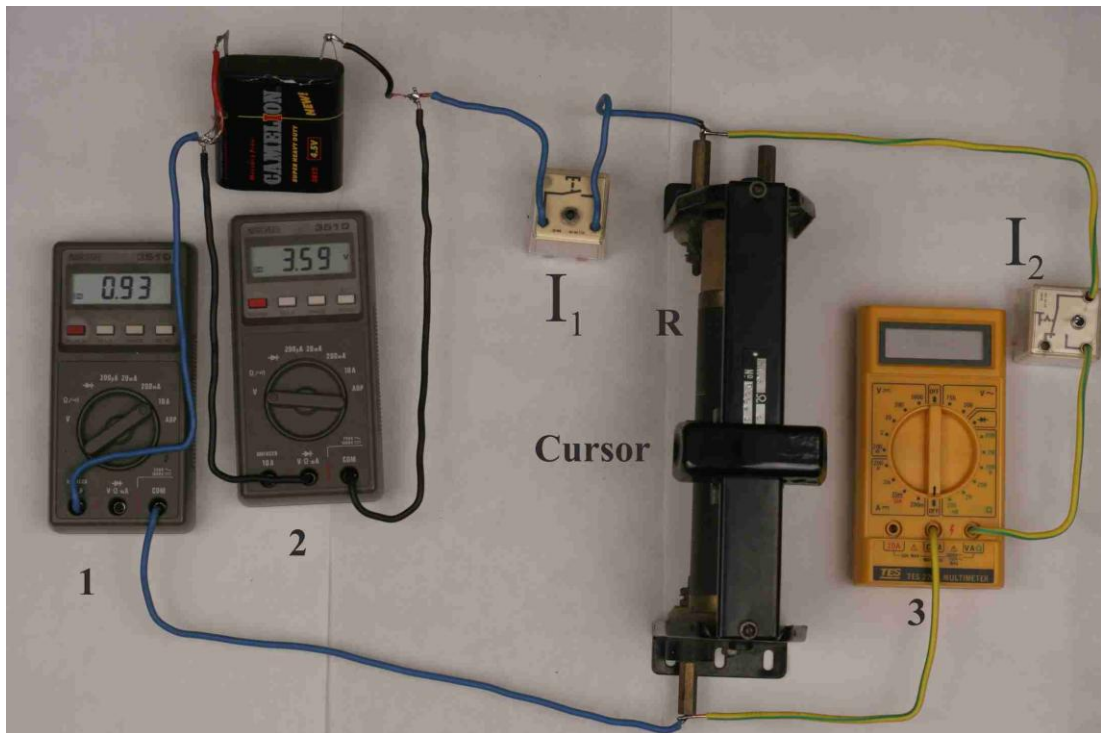
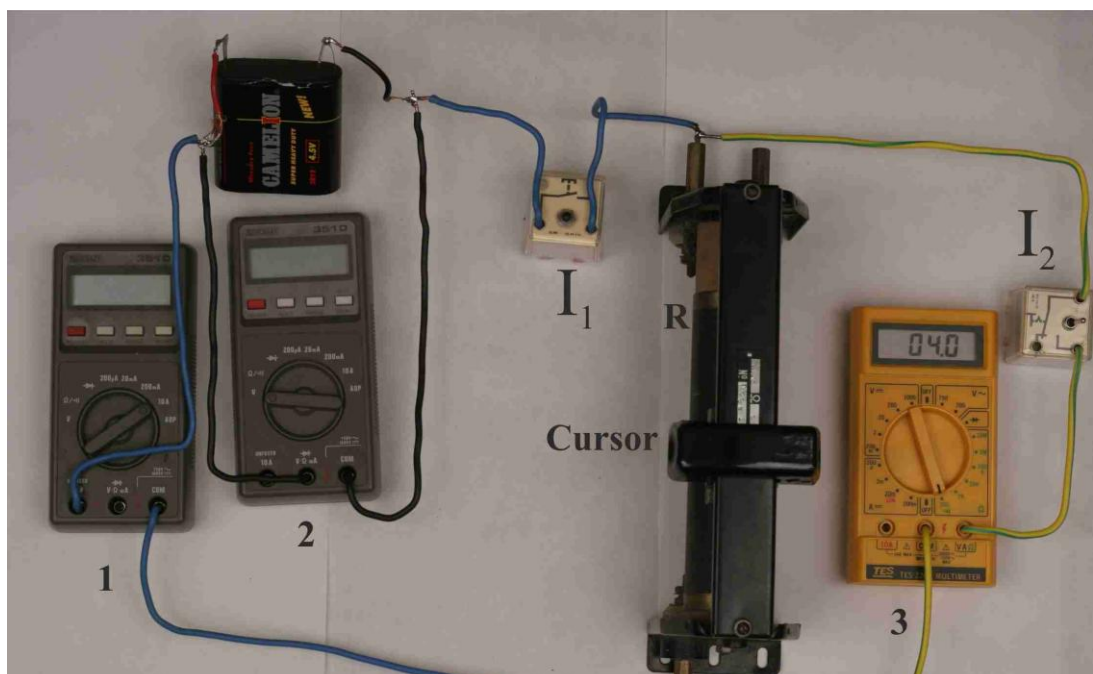
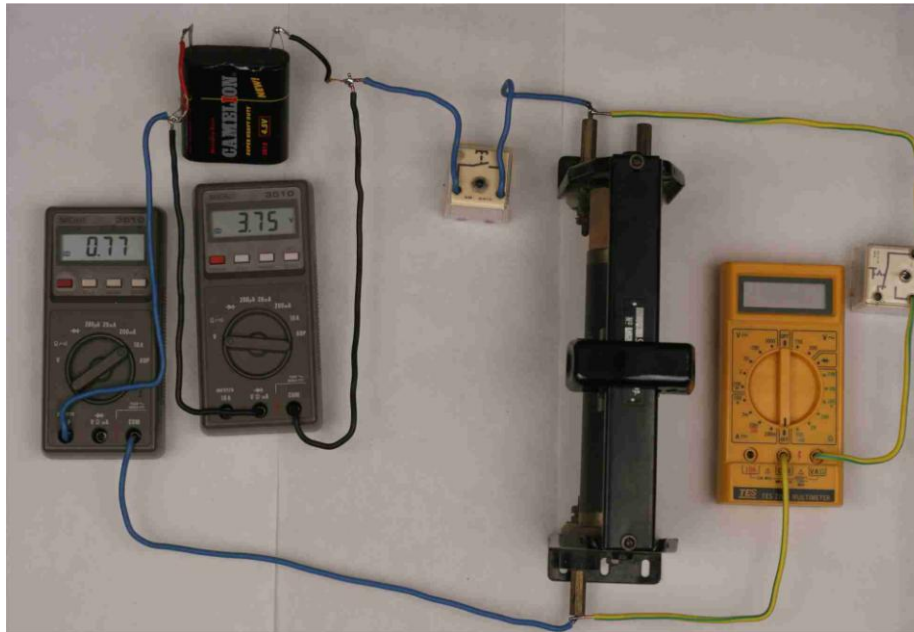
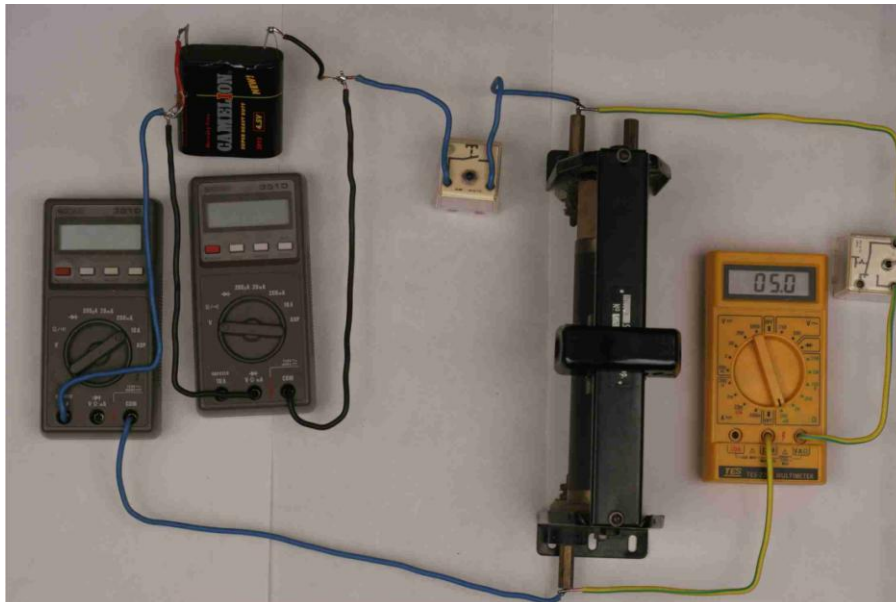


Fig 1





Fotografía 3



Fotografía 4

En la fotografía 1 los multímetros indican: uno la intensidad en amperios y el otro la diferencia de potencial en voltios. El tercero está desconectado. En la fotografía 2 el cursor del reóstato está en la misma posición que en la 1 pero se han desconectado los multímetros 1 y 2 y se ha activado el 3.

- 1) Haga un esquema del circuito de la fotografía 1 .
- 2) Haga un esquema del circuito de la fotografía 2
- 3) Indique qué está midiendo el multímetro 3 en la fotografía 2.

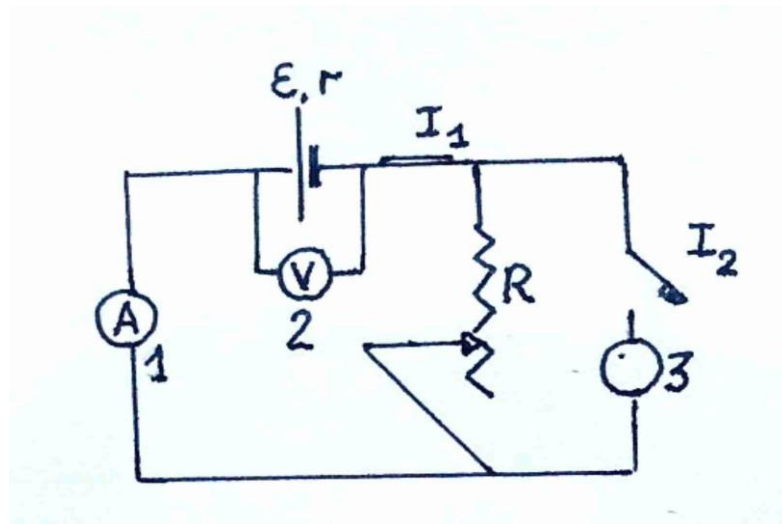
La diferencia entre las fotografías 3 y 1 radica en que se ha cambiado la posición del cursor del reóstato. La fotografía 4 es igual a la 3, pero en la 3 está desconectado el multímetro 3 y en la 4 están desconectados los multímetros 1 y 2.

4) Teniendo en cuenta las lecturas de los multímetros en las fotografías, determine la fuerza electromotriz de la pila y su resistencia interna.

5) Si la resistencia del reóstato fuese 7,0 ohmios calcule las indicaciones de los multímetros 1 y 2

SOLUCIÓN

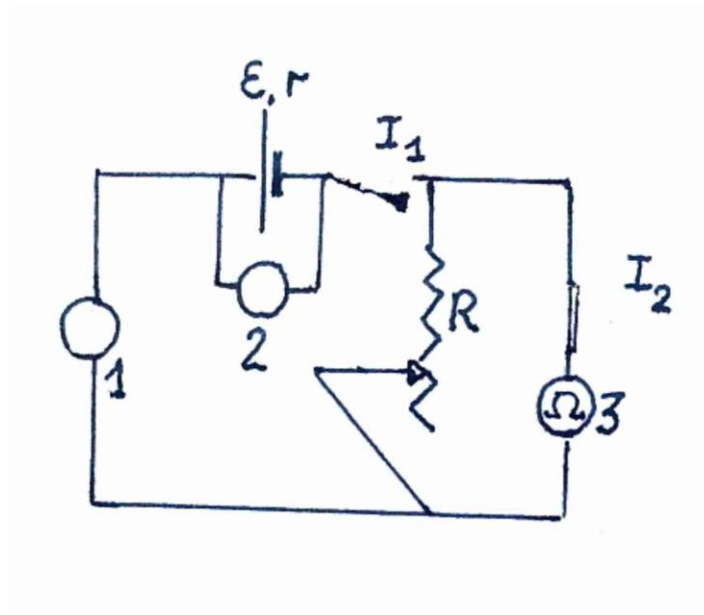
1)



Esquema de montaje 1

El interruptor 1 está cerrado y los multímetros 1 y 2 están funcionando el 1 como amperímetro y el 2 como voltímetro. El multímetro 3 está sin conectar.

2 y 3)



Esquema de montaje 2

El interruptor 1 está abierto y los multímetros 1 y 2 están sin conectar el 1. El multímetro 3 está funcionando y dado que en su malla no hay fuerza electromotriz actúa como un óhmetro y mide la resistencia R del reóstato.

4) *Teniendo en cuenta las lecturas de los multímetros en las fotografías determine la fuerza electromotriz de la pila y su resistencia interna.*

En el circuito 1 aplicamos la ley de Ohm generalizada

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum R} = \frac{\varepsilon}{r + R} \Rightarrow \varepsilon = Ir + IR \quad (1)$$

Aplicamos la ecuación (1) a los datos que nos proporcionan las fotografías 1 y 2

$$\varepsilon = 0,93r + 0,93 \cdot 4 = 0,93r + 3,72$$

Aplicamos la ecuación (1) a los datos que nos proporcionan las fotografías 3 y 4

$$\varepsilon = 0,77r + 0,77 \cdot 5 = 0,77r + 3,85$$

Restando las ecuaciones anteriores

$$0 = 0,93r - 0,77r + 3,72 - 3,85 \Rightarrow 0,16r = 0,13 \Rightarrow r = 0,81 \Omega$$

$$\varepsilon = 0,93 \cdot 0,81 + 3,72 = 4,47 \text{ V}$$

En la deducción anterior no hemos utilizado los valores que proporcionan los voltímetros. Si empleamos esos valores y aplicamos la ecuación: $\Delta V = \varepsilon - Ir$ (2)

Fotos 1 y 2 $3,59 = \varepsilon - 0,93r$, Fotos 3 y 4 $3,75 = \varepsilon - 0,77r$. De ambas ecuaciones

$$3,59 - 3,75 = -0,93r + 0,77r \Rightarrow -0,16 = -0,16r \Rightarrow r = 1,0 \Omega$$

$$\varepsilon = 3,59 + 0,93 \cdot 1,0 = 4,52 \text{ V}$$

El resultado combinado de las dos deducciones es:

$$r = \frac{0,81 + 1,0}{2} = 0,91 \pm 0,10 \Omega \quad ; \quad \varepsilon = \frac{4,47 + 4,52}{2} = 4,50 \pm 0,03 \text{ V}$$

5) Si la resistencia del reóstato fuese 7,0 ohmios calcule las indicaciones de los multímetros 1 y 2

Empleando la ecuación (1)

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{4,50}{7,0 + 0,91} = 0,57 \text{ A}$$

Utilizando la ecuación (2)

$$\Delta V = \varepsilon - Ir = 4,50 - 0,57 \cdot 0,91 = 3,98 \text{ V}$$

Podemos estimar la incertidumbre de I, dividiendo el valor mayor del numerador entre el menor del denominador y luego dividiendo el menor del numerador entre el mayor del denominador

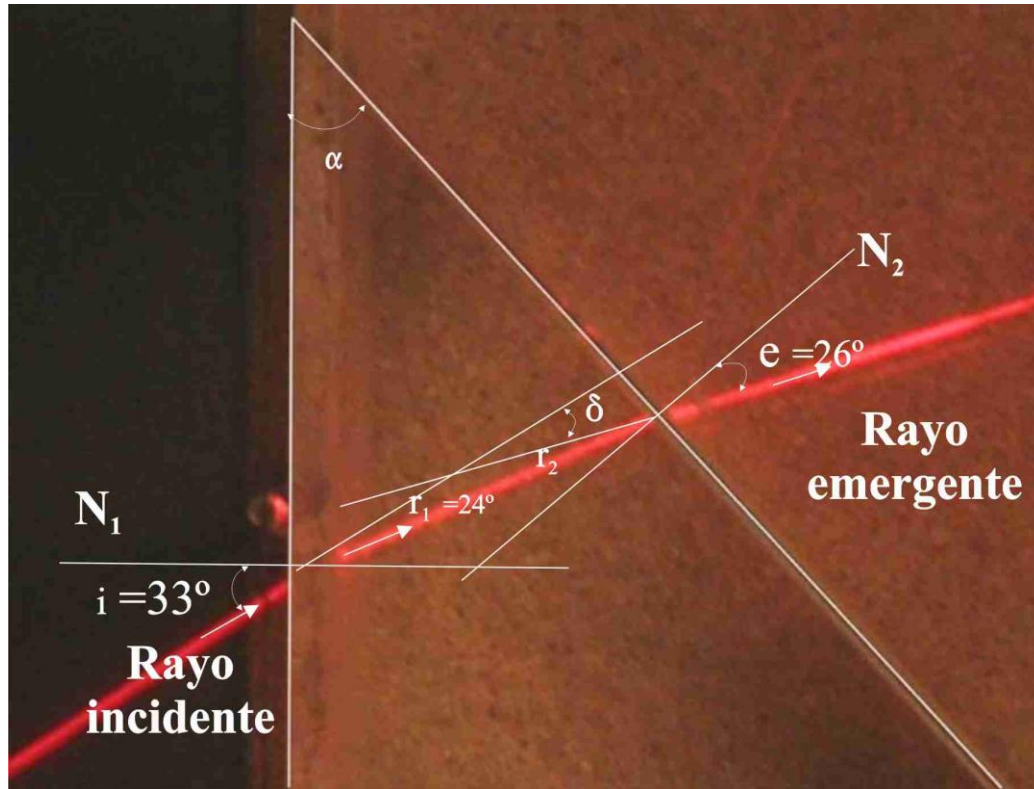
$$I_M = \frac{4,53}{7,0 + 0,81} = 0,58 \text{ A} \quad ; \quad I_m = \frac{4,47}{7,0 + 1,01} = 0,56 \quad I = 0,57 \pm 0,01 \text{ A}$$

Una estimación de la incertidumbre en el voltaje se obtiene a partir de ΔV máximo y mínimo

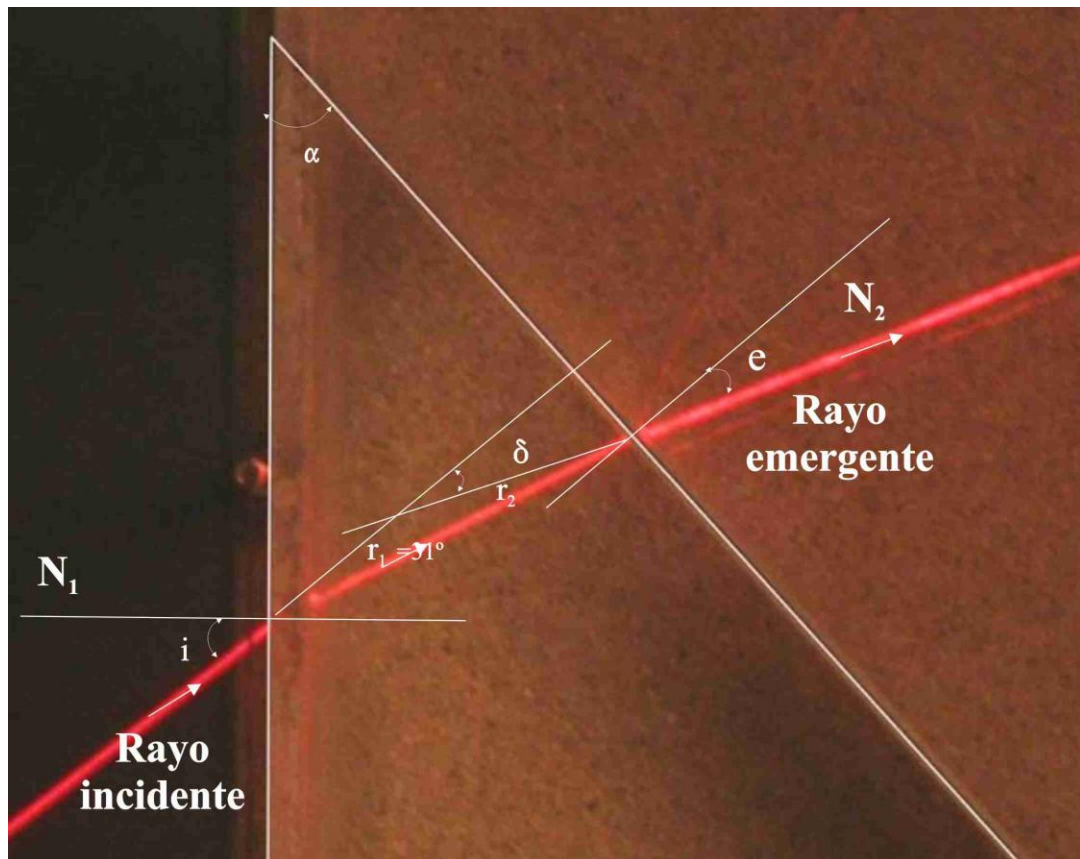
$$\Delta V_M = 4,53 - 0,56 \cdot 0,81 = 4,08 \text{ V} \quad ; \quad \Delta V_m = 4,47 - 0,58 \cdot 1,01 = 3,88 \text{ V}$$

$$\Delta V = 3,98 \pm 0,10 \text{ V}$$

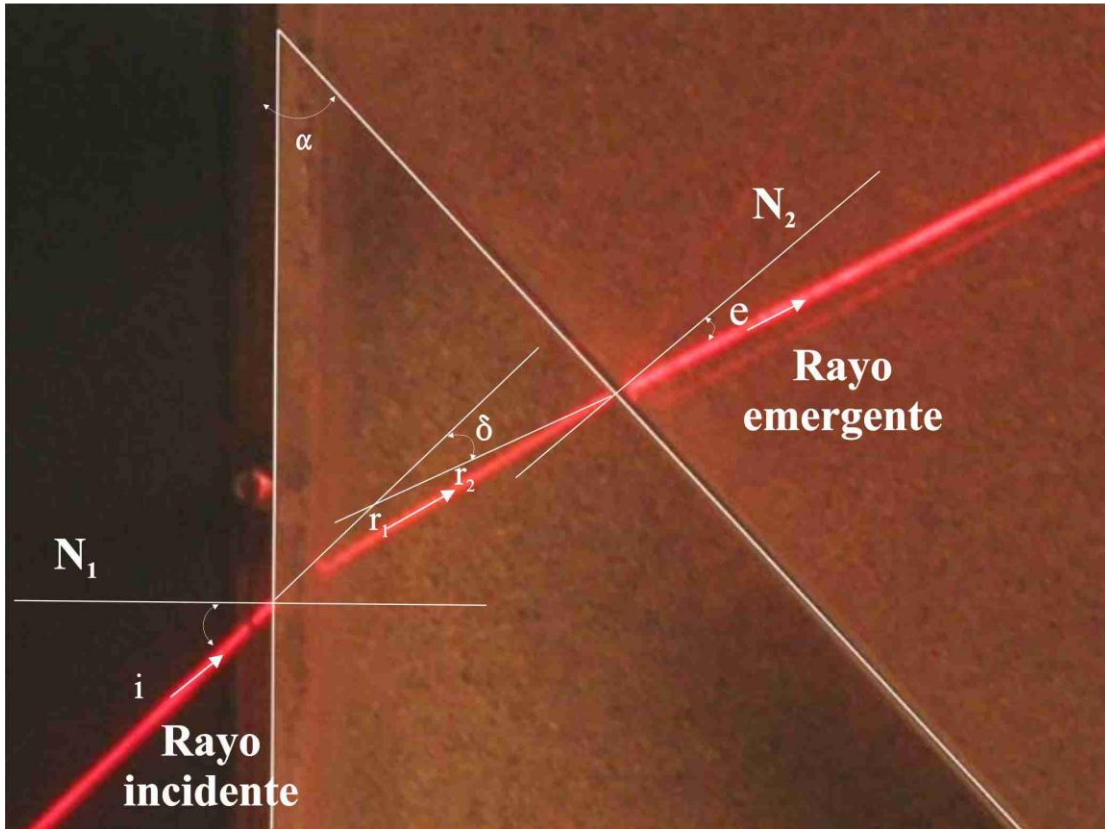
PVF26-3*- Ángulos en un prisma **



Fotografía 1



Fotografía 2



Fotografía 3

Las tres fotografías corresponden al mismo prisma, α es el ángulo del prisma, n su índice de refracción, N_1 y N_2 las normales a las caras, i , representa el ángulo de incidencia en la cara de la izquierda, e , es el ángulo de emergencia. La luz incide desde el aire, atraviesa el prisma y emerge de nuevo al aire.

- A partir de la fotografía 1 calcule: n , r_2 y α .
- A partir de la fotografía 2, calcule: i , r_2 y e
- A partir de los datos obtenidos, complete la tabla I y construya la gráfica ángulo de incidencia (eje de abscisas) frente a ángulo de emergencia (eje de ordenadas).

Tabla I

Ángulo de incidencia, $i/^\circ$	Ángulo $r_1/^\circ$	Ángulo $r_2/^\circ$	Ángulo de emergencia, $e/^\circ$
5			
10			
20			
30			
40			
50			
60			

- d) Observe la figura 3 y de ella deduzca la relación que existe entre el ángulo de desviación (δ), con el de incidencia (i), emergencia (e) y el ángulo del prisma (α). Complete la tabla II y construya la gráfica, ángulo de incidencia (eje de abscisas) frente a ángulo de desviación (eje de ordenadas).

Tabla II

Ángulo de incidencia, $i/^\circ$	Ángulo de emergencia, $e/^\circ$	Ángulo de desviación $\delta/^\circ$

- e) Compare las gráficas de los apartados c) y d) y deduzca que cumplen los ángulos de incidencia y emergencia cuando el ángulo de desviación es el mínimo.

SOL

a) Aplicamos la ley de Snell , entre el ángulo de incidencia y r_1 .

$$1 \cdot \text{sen } 33^\circ = n \text{ sen } 24 \Rightarrow n = \frac{\text{sen } 33^\circ}{\text{sen } 24^\circ} = 1,35$$

Aplicamos la ley de Snell , entre r_2 y el ángulo de emergencia.

$$n \cdot \text{sen } r_2 = 1 \cdot \text{sen } 26 \Rightarrow \text{sen } r_2 = \frac{\text{sen } 26^\circ}{n} = \frac{\text{sen } 26^\circ}{1,35} = 0,294 \Rightarrow r_2 = 19^\circ$$

$$\alpha = r_1 + r_2 = 24 + 19 = 43^\circ$$

b) Como el prisma de la fotografía 2 es el mismo que el de la 1 , resulta que $n = 1,35$ y $\alpha = 43^\circ$.
Aplicamos la ley de Snell , entre el ángulo de incidencia i y el ángulo de 33°

$$1 \cdot \text{sen } i = n \text{ sen } 31 \Rightarrow \text{sen } i = 1,35 \cdot \text{sen } 31^\circ = 0,632 \Rightarrow i = 43,5^\circ$$

$$\alpha = r_1 + r_2 \Rightarrow r_2 = \alpha - r_1 = 43 - 31 = 12^\circ$$

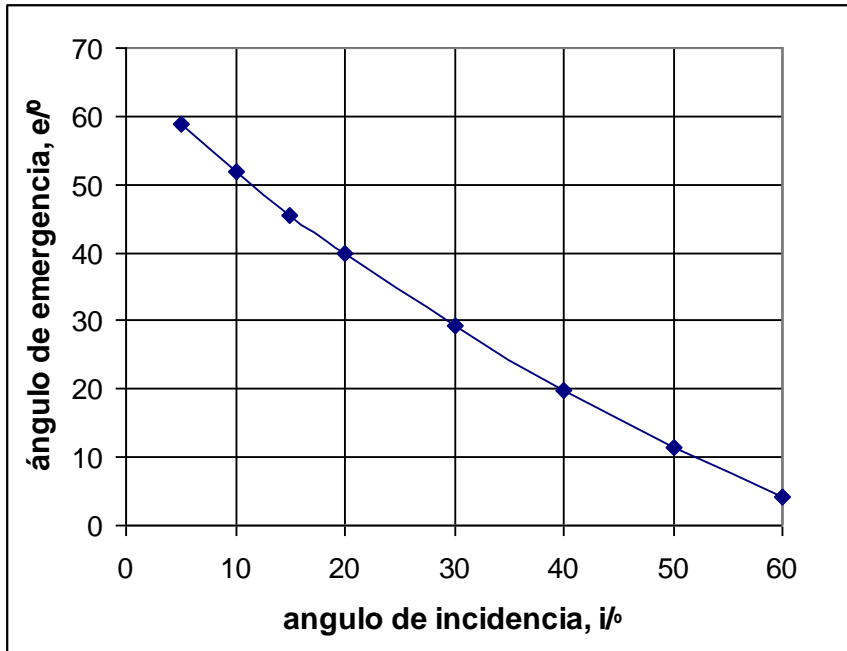
Aplicamos la ley de Snell , entre el ángulo de r_2 y el de emergencia

$$n \cdot \text{sen } r_2 = 1 \cdot \text{sen } e \Rightarrow \text{sen } e = n \text{ sen } r_2 = 1,35 \cdot \text{sen } 12^\circ = 0,253 \Rightarrow e = 16,3^\circ$$

d)

Tabla I

Ángulo de incidencia, $i/^\circ$	Ángulo $r_1/^\circ$	Ángulo $r_2/^\circ$	Ángulo de emergencia, $e/^\circ$
5	3,7	39,3	58,8
10	7,4	35,6	51,8
20	14,7	28,3	39,8
30	21,7	21,3	29,3
40	28,4	14,6	19,9
50	34,6	8,4	11,4
60	39,9	3,1	4,2

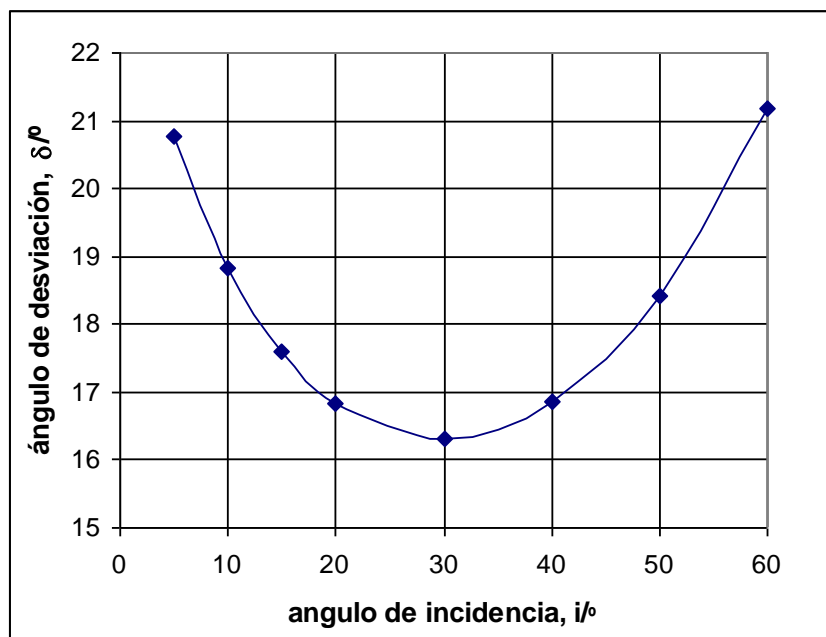


e)

$$\delta = (i - r_1) + (e - r_2) = i + e - (r_1 + r_2) = i + e - \alpha$$

Tabla II

Ángulo de incidencia, $i/^\circ$	Ángulo de emergencia, $e/^\circ$	Ángulo de desviación $\delta/^\circ$
5	58,8	20,8
10	51,8	18,8
20	39,8	16,8
30	29,3	16,3
40	19,9	16,9
50	11,4	18,4
60	4,2	21,2



f) De la gráfica del apartado e) se deduce que el mínimo del ángulo de desviación ocurre para un ángulo de incidencia de unos 30° y la gráfica del apartado d) nos dice que para un ángulo de incidencia de unos 30° le corresponde un emergente del mismo valor. La consecuencia es que el mínimo del ángulo de desviación se produce cuando el ángulo de incidencia y el de emergencia son iguales.