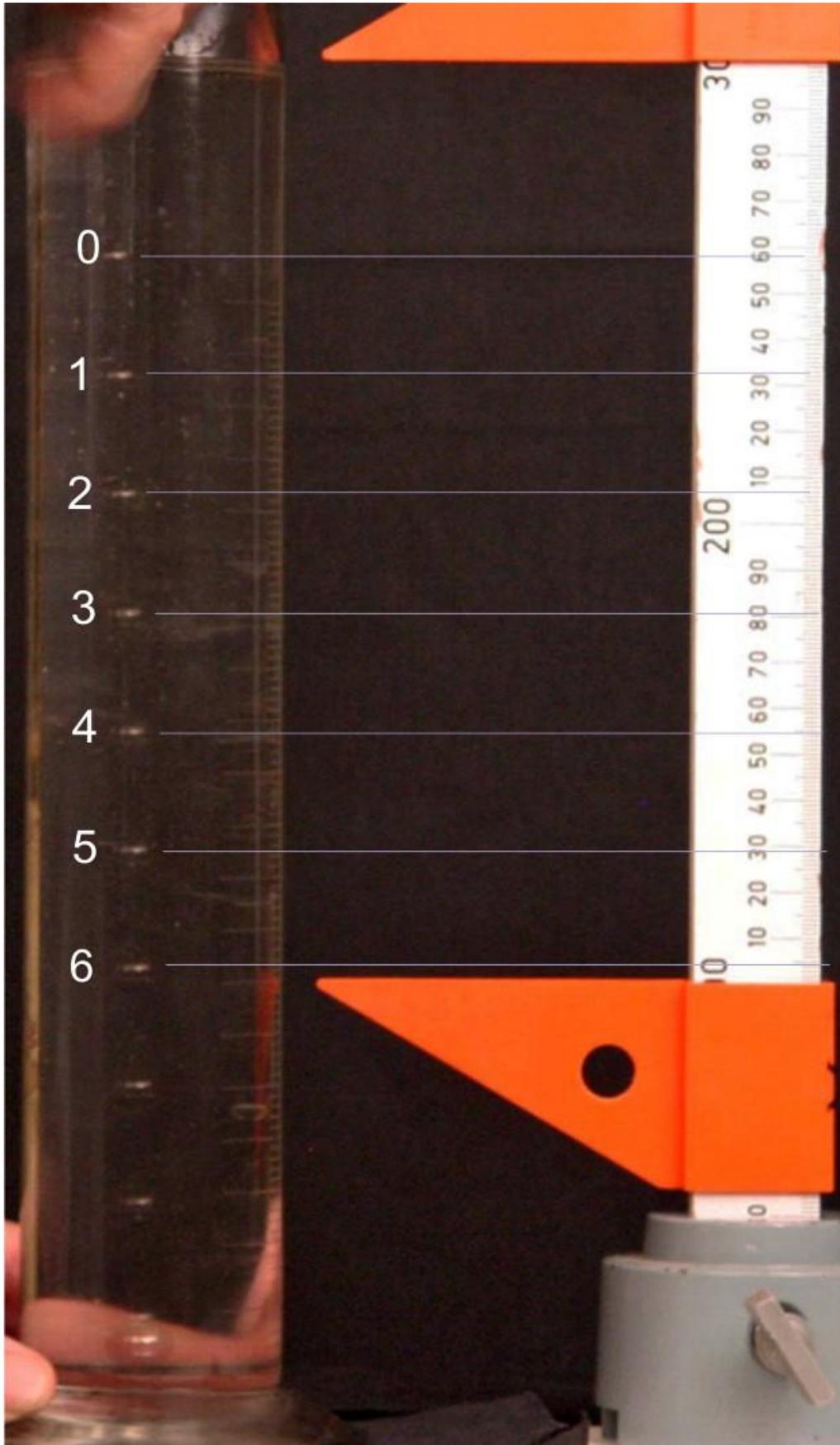


PVF12-1**

Caída de una esfera de acero en glicerina



Esta fotografía corresponde a una bola de acero cayendo en glicerina. La bola aparece en la fotografía como una mancha brillante. Entre dos posiciones consecutivas de la bola el tiempo transcurrido es 0,104 s.

a) En la tabla I, coloca las posiciones de la bola de acuerdo con la lectura de la regla
El desplazamiento entre dos lugares A y B está definido por:

$$\text{Desplazamiento} = \text{Posición B} - \text{posición A}$$

Completa la columna de desplazamiento de la tabla I y rellena la tabla de tiempos

La velocidad media entre dos posiciones A y B está dada por la ecuación:

$$v_m = \frac{\text{desplazamiento}}{\text{intervalo de tiempo}}$$

Aplicando esta definición completa la columna de velocidades medias de la tabla I. Halle el valor medio de las velocidades con su incertidumbre.

Tabla I

Posiciones P/mm	Desplazamiento d/mm	Intervalo de tiempo/s $\Delta t/s$	Velocidad media v_m/mms^{-1}

- b) Haga una representación gráfica de los desplazamientos frente a los intervalos de tiempo
- c) Prediga las posiciones de la bola numeradas con 7 y 8 y que no se pueden leer en la regla. Dé el resultado con su incertidumbre, suponiendo que es la misma que la de la velocidad.
- d) Calcule la velocidad media entre las posiciones consecutivas .Recoja los datos en la tabla II.

Tabla II

	Desplazamiento d/mm	Intervalo temporal en s	$v_m/m.s^{-1}$
Entre 0 y 1			
Entre 1 y 2			
Entre 2 y 3			
Entre 3 y 4			
Entre 4 y 5			
Entre 5 y 6			

- e) Indique para qué intervalo temporal la posición es 90 mm.
- f) Los libros dicen que un movimiento uniforme se caracteriza porque su velocidad es constante y la gráfica posición tiempo es una línea recta cuya pendiente da la velocidad ¿El movimiento que ha estudiado puede considerarse uniforme?

SOLUCIÓN

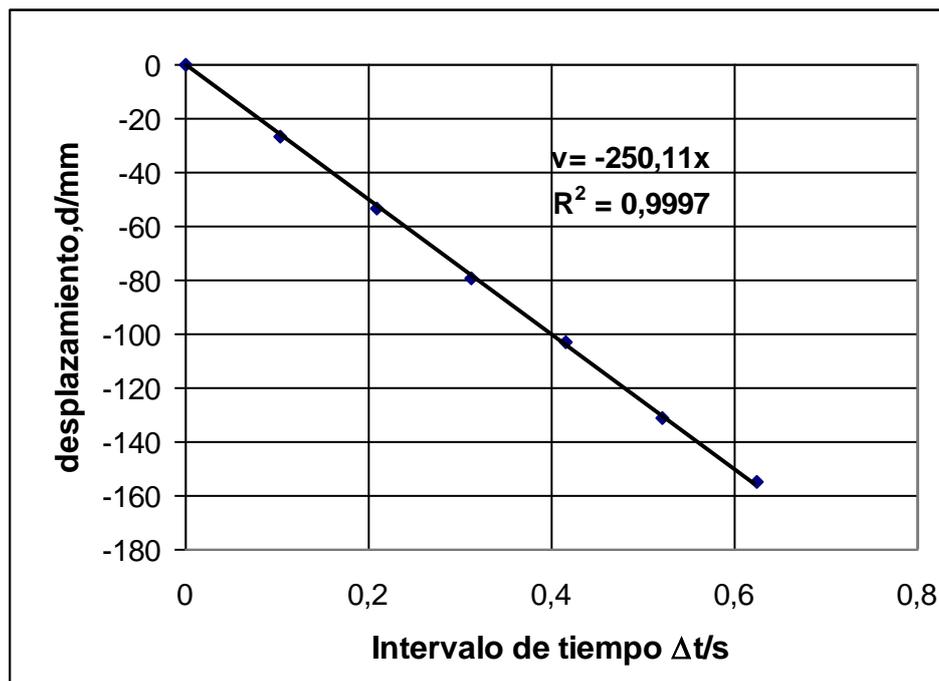
a)

Posiciones P/mm	Desplazamiento d/mm	Intervalo de tiempo/s $\Delta t/s$	Velocidad media v_m/mms^{-1}
257	$257-257=0$	0	
230	$230-257=-27$	0,104	-260
204	$204-257=-53$	0,208	-255
178	$178-257=-79$	0,312	-253
154	$154-257=-103$	0,416	-248
126	$126-257=-131$	0,520	-252
100	$100-257=-157$	0,624	-252

Valor medio de las velocidades

$$v_m = -\frac{260 + 255 + 253 + 248 + 252 + 252}{6} = -253 \pm 7 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

b)



c) La ecuación que relaciona la posición con el intervalo temporal es:

$$P = P_0 + v_m \Delta t \Rightarrow$$

$$P_7 = 257 + (-253) \cdot (7 \cdot 0,104) = -72,8 \text{ mm}$$

$$P_8 = 257 + (-253) \cdot (8 \cdot 0,104) = -46,5 \text{ mm}$$

El % e incertidumbre de la velocidad es: $\frac{7}{253} * 100 = 2,8\%$

$$2,8\% \text{ de } 72,8 \approx 2 \Rightarrow P_7 = 73 \pm 2 \text{ mm}$$

$$2,8\% \text{ de } 46,5 \approx 1,3 \Rightarrow P_7 = 47 \pm 1 \text{ mm}$$

d)

	Desplazamiento d/mm	Intervalo temporal en s	$v_m/m.s^{-1}$
Entre 0 y 1	230-257=-27	0,104	-260
Entre 1 y 2	204-230=-26	0,104	-250
Entre 2 y 3	178-204=-26	0,104	-250
Entre 3 y 4	154-178=-24	0,104	-231
Entre 4 y 5	126-154=-28	0,104	-270
Entre 5 y 6	100-126=-26	0,104	-250

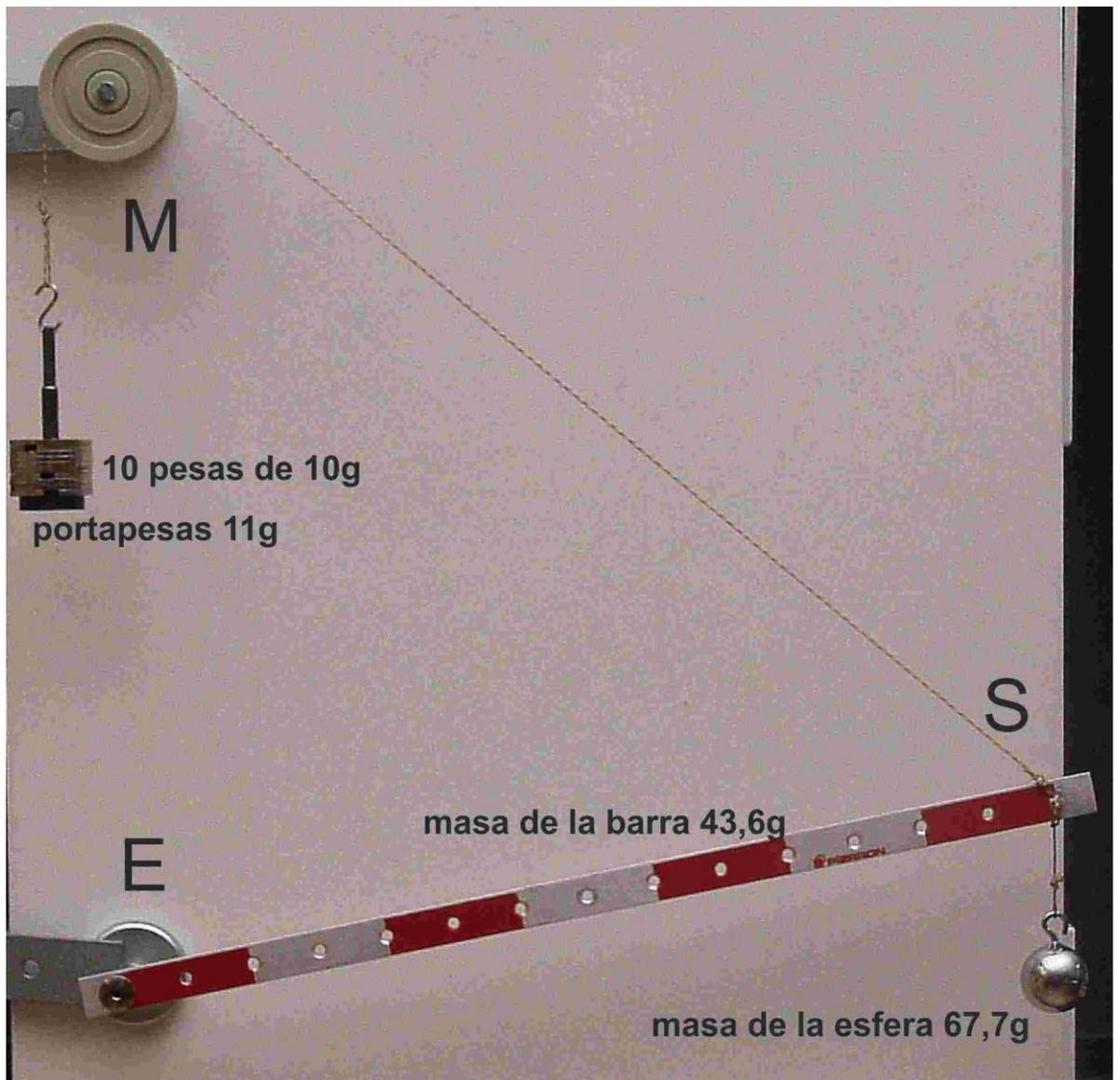
e)

$$P = P_o + v_m \Delta t \Rightarrow 90 = 257 - 253 \Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{257 - 90}{253} = 0,66 \text{ s}$$

f) El movimiento estudiado es un movimiento real y por tanto sujeto inevitablemente a errores en las medidas, pero a la vista de la gráfica y de los valores de la velocidad podemos afirmar que es un movimiento uniforme. Se puede decir que la definición de los libros se refiere a un movimiento uniforme ideal, pero al hacer los experimentos nos acercamos más o menos a ese movimiento, como ocurre en este ejemplo.

PVF11-2**

Momentos



El sistema de la figura se encuentra en equilibrio en las condiciones dadas. La barra ES, tiene aproximadamente la misma longitud que el hilo que la sostiene de M.

Calcula en estas circunstancias:

- La tensión del hilo
- El ángulo que forma el hilo con la barra
- El ángulo que forma el hilo del que cuelga la esfera con la barra

SOLUCIÓN

El sistema de fuerzas en el equilibrio es:

W que es el peso de la barra que está aplicada en el centro de masas (a una distancia $L/2$ del eje de giro)

T es la tensión de la cuerda que viene medida por el peso del portapesas con sus pesas. Esta fuerza está aplicada a una distancia L del eje de giro

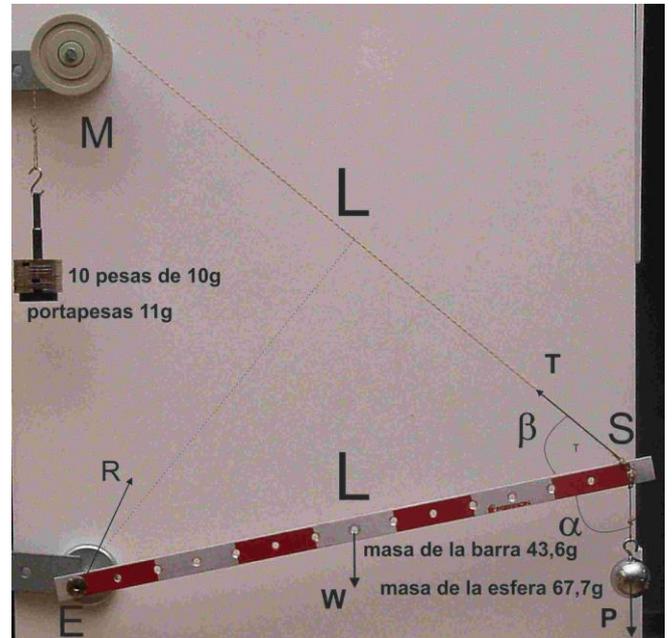
P es el peso de la esfera de hierro (veáse fotografías)

La cuarta fuerza es la que ejerce el eje sobre la barra, R.

L es la longitud desde el eje de giro al lugar donde están aplicadas las fuerzas T y P.

Es importante destacar que el triángulo MES, es isósceles teniendo los lados iguales a L, que es la longitud desde el eje al punto de aplicación de las fuerzas P y T

Si desde el punto E se traza la bisectriz del ángulo MES, ésta forma un ángulo recto con el lado MS, lo que implica que el ángulo mitad, $\alpha/2$ es complementario del ángulo β .



Fotografía 1

Si el sistema se encuentra en equilibrio la suma de los momentos respecto al punto en que incide el eje de giro sobre la barra es cero. El momento de la fuerza R es nulo.

$$T \operatorname{sen} \beta * L = W \operatorname{sen} \alpha * \frac{L}{2} + P \operatorname{sen} \alpha * L \Rightarrow T \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{W}{2} \operatorname{sen} \alpha + 2P \operatorname{sen} \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T \cos \frac{\alpha}{2} = \operatorname{sen} \alpha \left(\frac{W}{2} + P \right)$$

Si tenemos en cuenta la formula trigonométrica del ángulo doble $\operatorname{sen} 2\phi = 2 \operatorname{sen} \phi * \cos \phi$

Y hacemos que $\phi = \frac{\alpha}{2}$, la expresión anterior es . $\operatorname{sen} \alpha = 2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} * \cos \frac{\alpha}{2}$

Si sustituimos en (1)

$$T \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} * \cos \frac{\alpha}{2} \left(\frac{W}{2} + P \right) \Rightarrow T = \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} (W + 2P)$$

La tensión T, viene dada por la fuerza que ejerce el portapesas con las pesas, ya que se trata de la misma cuerda y se supone que la masa de M es despreciable

$$T = mg = (10(10g) + 11g) \cdot \frac{1kg}{1000g} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 1,1N ; W = mg = (43,6g) \cdot \frac{1kg}{1000g} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 0,43N$$

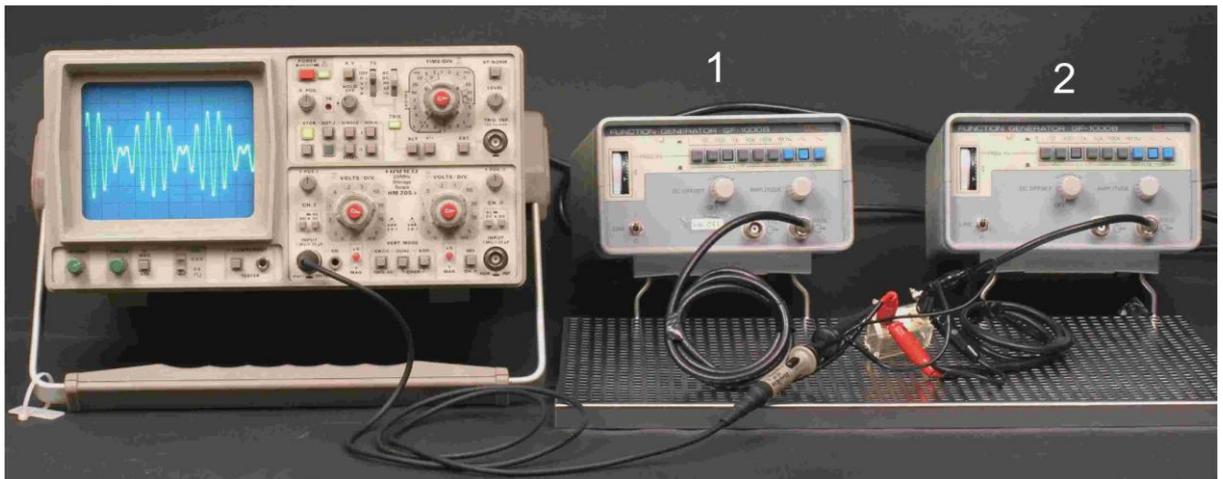
$$P = mg = (0,677g) \cdot \frac{1kg}{1000g} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 0,66N . \text{Sustituyendo en la expresión derivada de los momentos}$$

$$\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \frac{1,1N}{(0,42 + 2 \cdot 0,66)} = 0,632 ; \frac{\alpha}{2} = 39,2^\circ ; \alpha = 78,4^\circ . \text{Como } \alpha/2 \text{ y } \beta \text{ son complementarios.}$$

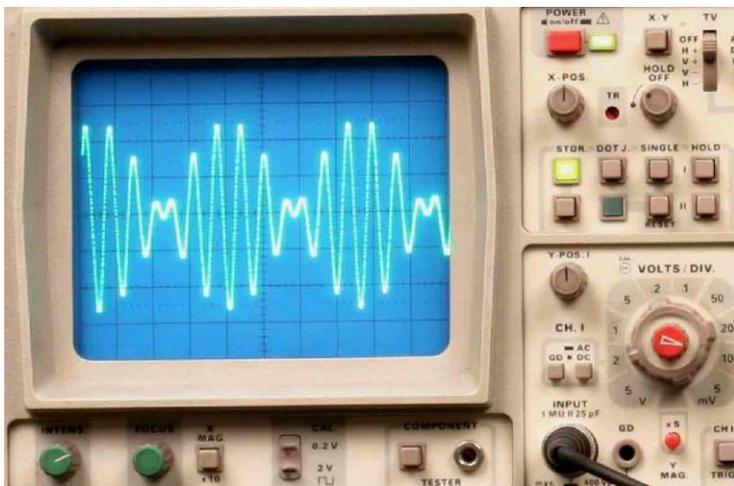
$$\beta = 90 - 39,2 = 51,8^\circ$$

PVF12-3**

Pulsaciones



Fotografía 1



Fotografía 2(ampliación)



Fotografía 3(ampliada)



Fotografía 4(ampliada)

En la fotografía 1 están dispuestos tres aparatos. El de la izquierda es un osciloscopio y los dos de la derecha son sendos generadores de ondas sinusoidales, etiquetados con los números 1 y 2. Cada uno de los generadores crea una onda sinusoidal con una determinada amplitud y frecuencia. Las señales generadas por ambos aparatos se envían al osciloscopio que automáticamente suma las dos ondas dando lugar a una onda resultante que en Física se llama **pulsación**.

El objetivo del problema es determinar la ecuación de la onda de cada generador y después sumar las dos ondas para obtener la pulsación. Esto supone una gran cantidad de operaciones por eso es imprescindible que para realizarlas se utilice una hoja de cálculo

- a) Observa la figura 2. El dial del voltaje indica, mediante una rayita de color blanco, lo que vale en voltios el lado vertical de de un cuadrado de la pantalla.

Lado vertical del voltaje =..... voltios

Observa la pantalla y mide los cuadrados que existen desde la raya horizontal situada en el medio de la pantalla hasta el valor más alto de la señal. Y determina el voltaje.

El lado más alto de la señal son: cuados y el voltaje es $V = \dots\dots\dots V$

Teniendo en cuenta que los dos generadores dan al misma amplitud de la onda sinusoidal, resulta que el valor máximo de cada onda es: $V = \dots\dots\dots$ voltios

- b) De la figura 3 se deduce la frecuencia de la corriente alterna del generador 1.

A la izquierda existe una rueda de color negro con unos números y una flecha.

La lectura es $L = \dots\dots\dots$

Más a la derecha hay seis teclas grises que llevan unos números encima (1,10,100, 1k...) Una de esa teclas está presionada el resto no. Anota el número de esa tecla

El número de la tecla presionada es $N = \dots\dots\dots$

La frecuencia de la corriente alterna es $f_1 = L * N = \dots\dots\dots \text{Hz}$

El periodo de la corriente altera es $T_1 = \dots\dots\dots \text{s}$

- c) En la fotografía 4 siguiendo lo indicado en el apartado anterior determina la frecuencia de la corriente producida por el generador 2.

$$f_2 = \dots\dots\dots \text{Hz}$$

El periodo de la corriente altera es $T_2 = \dots\dots\dots \text{s}$

- d) Escribe las ecuaciones de las ondas producidas por ambos generadores de frecuencias.

$$V_1 =$$

$$V_2 =$$

- d) Con ayuda de a hoja de cálculo y en una misma gráfica representa los voltajes frente al tiempo

- e) Con ayuda de la hoja de cálculo representa $V_1 + V_2$ frente al tiempo.

SOLUCIÓN

a) La rayita blanca está en 2 voltios. Lado vertical del voltaje = 2 voltios
El lado más alto de la señal son: 2,5 . cuados y el voltaje es $V = 2,5 * 2 = 5,0$. V
Teniendo en cuenta que los dos generadores dan al misma amplitud de la onda sinusoidal, resulta que el valor máximo de cada onda es: $V = 2,5$. voltios

b) A la izquierda existe una rueda de color negro con unos números y una flecha.

La lectura es $L = 1,4$.

El número de la tecla es $N = 100$.

La frecuencia de la corriente alterna es $f_1 = L * N = \dots 1,4 * 100 = 140$ Hz.

El periodo de la corriente altera es $T_1 = \frac{1}{140} = 0,00714$ s

c) La lectura es $L = 1,6$.

El número de la tecla es $N = 100$.

La frecuencia de la corriente alterna es $f_2 = L * N = 1,6 * 100 = 160$ Hz.....

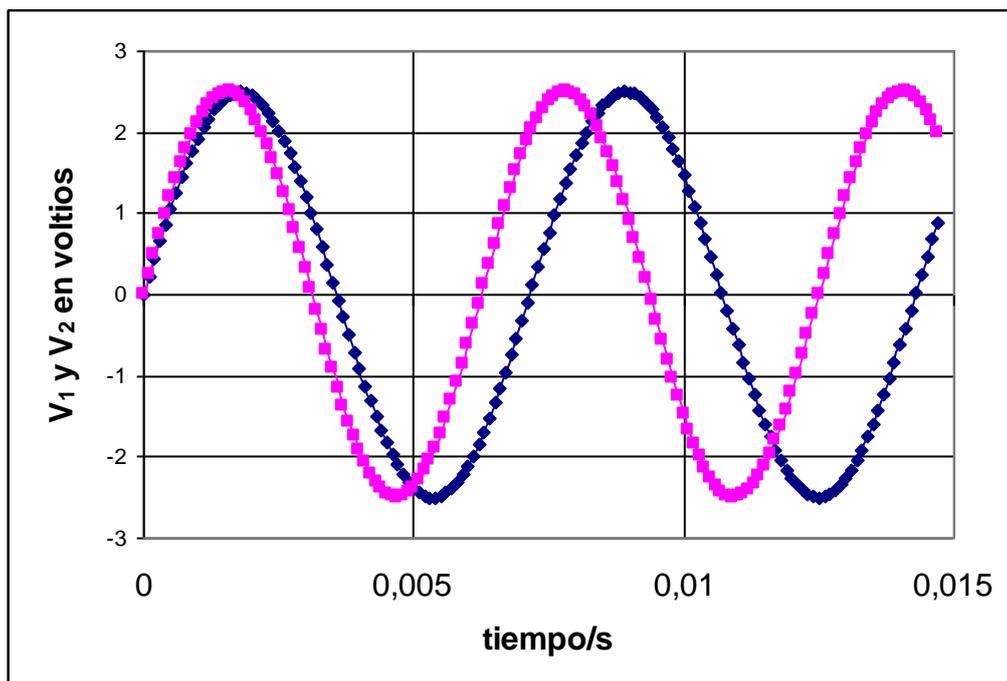
El periodo de la corriente altera es $T_2 = \frac{1}{160} = 0,00625$ s

d) Escribe las ecuaciones de las ondas producidas por ambos generadores de frecuencias.

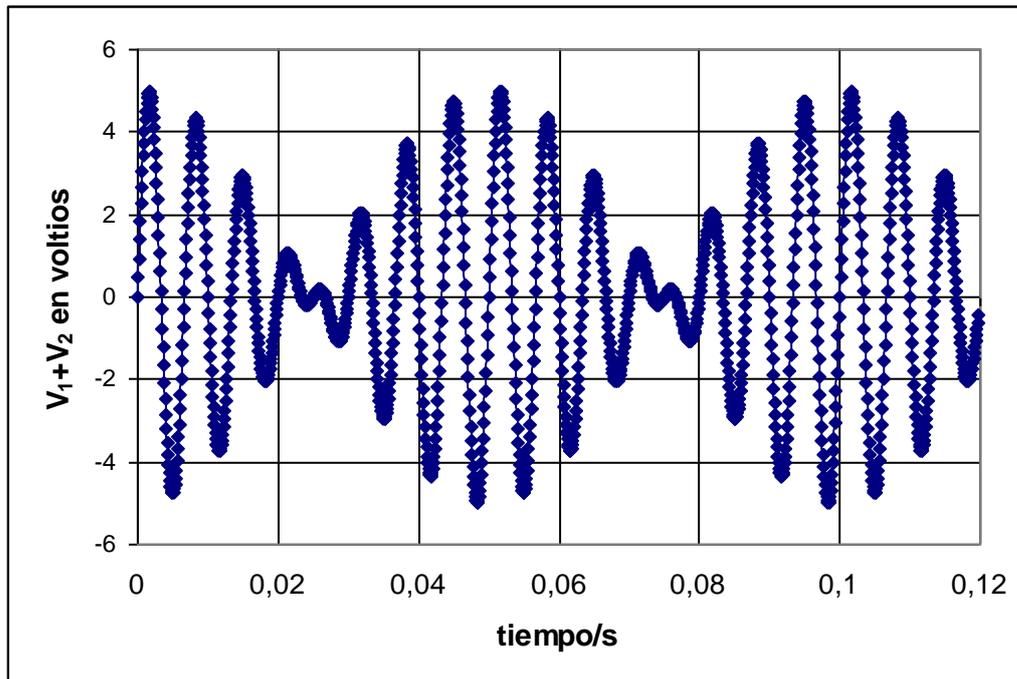
$$V_1 = 2,5 \operatorname{sen}(2\pi 140 t) = 2,5 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{0,00714} t\right)$$

$$V_2 = 2,5 \operatorname{sen}(2\pi 160 t) = 2,5 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{0,00625} t\right)$$

f) Con ayuda de a hoja de cálculo y en una misma gráfica representa los voltajes frente al tiempo



g) Con ayuda de la hoja de cálculo representa V_1+V_2 frente al tiempo.



Nota . La pulsación es parecida a la que se ve en la pantalla del osciloscopio pero no exactamente igual, debido a que un pequeño cambio en las frecuencias determina que aparezcan diferencias en la forma de la pulsación. Por ejemplo en la grafica siguiente se ha cambiad la frecuencia de 140 Hz a 142 Hz.

