PVF11-1**

Movimiento de un remolcador y un carguero

Fotografía 1

Fotografía 3 (1 ampliada)

Fotografía 2

Fotografía 4 (2 ampliada)

La fotografía 1 representa el movimiento de derecha a la izquierda de un remolcador B y un carguero A. La fotografía 2 está hecha 20 segundos después que la anterior con lo que los barcos se han desplazado ambos de derecha a izquierda. Las fotografías 3 y 4 son ampliaciones de la 1 y de la 2 respectivamente. La longitud del remolcador B (eslora) es 16 m y la del carguero A (77 m). La boquilla de la manguera que lanza agua se encuentra sobre el nivel del mar a una altura de 7,8 metros.

a) Calcule las velocidades del carguero A y del remolcador B.
b) Calcule la velocidad relativa del remolcador B respecto del carguero A
c) Calcule la velocidad relativa del carguero A respecto del remolcador B
d) Determine en la fotografía 3, la altura máxima y el alcance máximo del chorro de agua respecto a los ejes coordenados. Calcule el factor de escala en esa fotografía y a partir de esos datos calcule la velocidad de salida del agua por la boquilla.
e) Escriba las ecuaciones paramétricas de la trayectoria del agua.
f) Calcule en la fotografía 3, midiendo directamente la distancia que existe desde la boquilla de salida del agua al punto de incidencia de la trayectoria sobre el mar.
g) Haga ahora ese cálculo a partir de las ecuaciones paramétricas del apartado e.
h) Compruebe cuál es la velocidad de salida del agua en la fotografía 4. y decida si hay una variación de la velocidad de salida del agua a los 20 segundos respecto al tiempo inicial.

SOLUCIÓN

a) Calculamos en primer lugar el factor de escala en la fotografía 1.

Medimos la longitud del remolcador B en la fotografía: 2,6 cm . $f = \frac{16\,m}{2,6\,cm} = 6{,}154\frac{m}{cm}$

Medimos la longitud que hay desde la boquilla de salida del agua al nivel del mar en la fotografía 1

$$1{,}2\ cm\ ;\quad f = \frac{7{,}8m}{1{,}2cm} = 6{,}50\frac{m}{cm}\ .$$

Medimos la longitud del carguero en la fotografía 1 ; 11,8 cm ; $f = \frac{77\,m}{11,8} = 6,53\,m$

Valor medio de f = 6,4 $\frac{m}{cm}$

Posición de la proa de A en la fotografía 1 respecto de la línea de referencia blanca 4 ,2 cm
Posición de la proa de A en la fotografía 2 respecto de la línea de referencia blanca 5,7 cm

Desplazamiento real del carguero A: $(5,7-4,2)\text{cm}\cdot,6,4\frac{m}{cm} = 9,6\ m$

Velocidad del carguero A: $v_A = \frac{9,6\,m}{20\,s} = 0,48\frac{m}{s}$

Posición de la proa de B en la fotografía 1 respecto de la línea de referencia blanca 8,7 cm
Posición de la proa de B en la fotografía 2 respecto de la línea de referencia blanca 11,1 cm

Desplazamiento real del remolcador B: $(11,1-8,7)\text{cm}\cdot 6,4\frac{m}{cm} = 15,36\,m$

Velocidad del remolcador B: $v_B = \frac{15,36\,m}{20\,s} = 0,77\frac{m}{s}$

Nota . Las discrepancias en la medida del factor de escala nos indican las diferencias que pueden obtenerse entre los valores obtenidos por el lector y las aquí presentados. Las discrepancias pueden ser del orden de un 10%. Se trata de resolver un problema de conceptos y no de obtener valores precisos.

b) La velocidad relativa de B respecto de A es: $v_{B/A} = v_B - v_A = 0,77 - 0,48 = 0,29\frac{m}{s}$

El observador situado en la proa de A y que mira hacia B ve como se aleja de él el remolcador B

c) La velocidad relativa de A respecto de B es: $v_{A/B} = v_A - v_B = 0,48 - 0,77 = -0,29\frac{m}{s}$

El observador situado en la popa de B mirando hacia A ve como si el carguero A navegase alejándose de él

d) La longitud del remolcador en la fotografía 3, es 7,0 cm, el factor de escala $f = \frac{16\,m}{7,0\,cm}$

Altura máxima en la fotografía 3,7 cm. Alcance máximo en la fotografía 10,9 cm

Altura máxima real ; $h = 3,7\,cm\frac{16\,m}{7,0cm} = 8,5\,m$

Alcance máximo real ; $x_m = 10,9cm\cdot\frac{16\,m}{7,0cm} = 24,9m$

Ecuaciones paramétricas de la trayectoria

$$x = (v\cos\alpha)t \quad ; \quad y = (v\,\text{sen}\,\alpha)t - \frac{1}{2}g\,t^2 \Rightarrow \quad v_x = \frac{dx}{dt} = v\cos\alpha \quad ; \quad v_y = \frac{dy}{dt} = v\ \text{sen}\,\alpha - gt$$

La altura máxima se alcanza cuando $v_y = 0 \Rightarrow v\,\text{sen}\,\alpha = g\,t \Rightarrow \quad t = \frac{v\ \text{sen}\,\alpha}{g}$

Sustituyendo en y

$$h = v\,\text{sen}\,\alpha \cdot \frac{v\,\text{sen}\,\alpha}{g} - \frac{1}{2} g \frac{v^2 \text{sen}^2\alpha}{g^2} = \frac{v^2\text{sen}^2\alpha}{2g} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gh}{sen^2\alpha}} = \sqrt{\frac{2\cdot 9{,}8\cdot 8{,}5}{\text{sen}^2 53}} = 16{,}2\frac{m}{s}$$

El tiempo para el alcance máximo es el doble del anterior

Sustituyendo en x:

$$x_m = v\cos\alpha \frac{2v\,\text{sen}\,\alpha}{g} = \frac{v^2\text{sen}\ 2\alpha}{g} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g\,x_m}{\text{sen}\,2\alpha}} = \sqrt{\frac{9{,}8\cdot 24{,}9}{\text{sen}106}} = 15{,}9\ \frac{m}{s}$$

Valor medio de la velocidad: v(media)=16,1 $\frac{m}{s}$

e) $x = (16{,}1\cdot\cos 53)t = 9{,}7\,t$; $y = (16{,}1\cdot\text{sen}\,53)t - \frac{1}{2}9{,}8.t^2 = 12{,}9\,t - 4{,}9\,t^2$

f) Distancia en la fotografía 3 ; 13,5 cm

Distancia real: $13{,}5cm \cdot \frac{16m}{7{,}0cm} = 30{,}9m$

g) Cuando el chorro de agua llega al mar el valor de y = -7,8 m

$$x = 9{,}7t \ ; \ -7{,}8 = 12{,}9t - 4{,}9t^2 \ \Rightarrow \ 4{,}9t^2 - 12{,}9t - 7{,}8 = 0$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado

$$t = \frac{12{,}9 \pm \sqrt{12{,}9^2 + 4\cdot 4{,}9\cdot 7{,}8}}{2\cdot 4{,}9} = 3{,}14\ s \Rightarrow x_{agua} = 9{,}7\cdot 3{,}14 = 30{,}5\,m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow d = \sqrt{30{,}5^2 + 7{,}8^2} = 31{,}5\ m$$

h) Factor de escala en al fotografía 4. $f = \frac{16\,m}{6{,}5\,cm}$

Altura máxima en la fotografía 4, 3,3 cm, alcance máximo en la fotografía 9,9 cm

Altura máxima real ; $h = 3{,}3cm\frac{16m}{6{,}5cm} = 8{,}1m$

Alcance máximo; $x_m = 9{,}9\,cm\cdot\frac{16\,m}{6{,}5cm} = 24{,}4\,m$

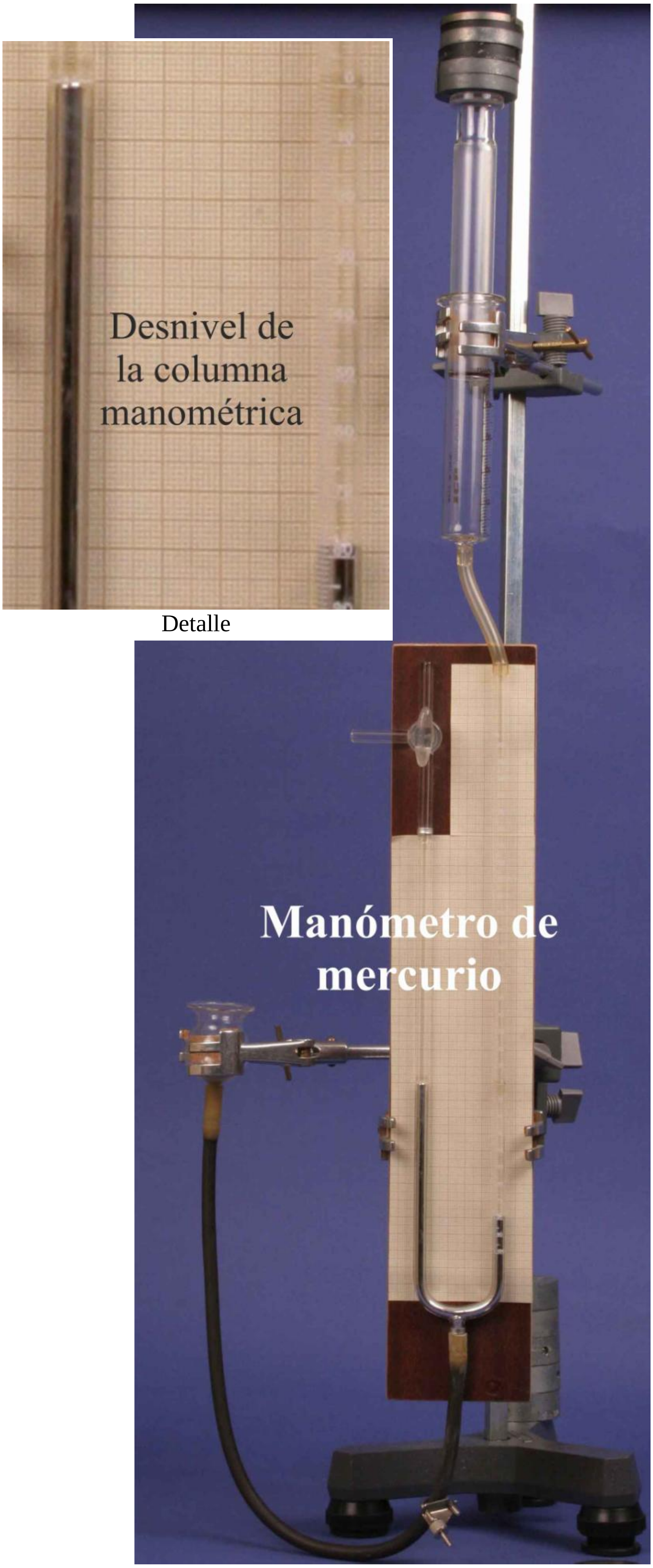
$$v = \sqrt{\frac{2gh}{\text{sen}^2\alpha}} = \sqrt{\frac{2\cdot 9{,}8\cdot 8{,}1}{\text{sen}^2 53}} = 15{,}8\frac{m}{s} \quad ; \quad v = \sqrt{\frac{g\,x_m}{\text{sen}\,2\alpha}} = \sqrt{\frac{9{,}8\cdot 24{,}4}{\text{sen}106}} = 15{,}8\frac{m}{s}$$

La diferencia entre los valores obtenidos en el apartado d y g es un 2%.

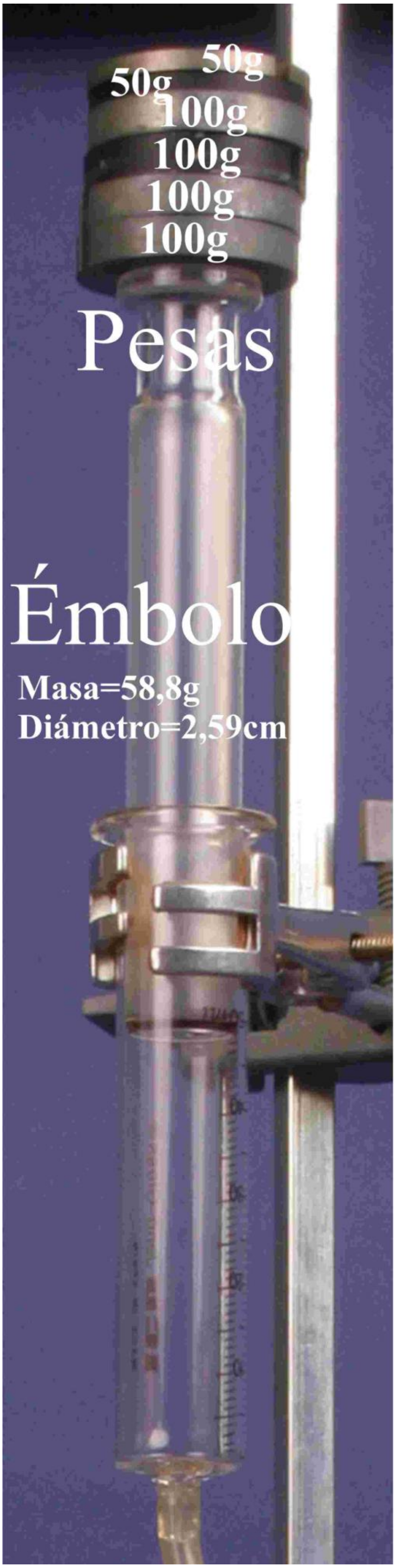
Dados los errores que se cometen en las medidas, se puede asegurar que la velocidad de salida del agua es prácticamente la misma en los tiempos cero y 20 segundos.

PVF11-2*

Manómetro



Fotografía 1



Fotografía 2

La fotografía 1, corresponde a un manómetro de mercurio, conectado a un émbolo con pesas, tal como se aprecia en la fotografía 2. Con los datos que te dan las fotos, determina:

a) La presión que se ejerce sobre el aire encerrado
b) La densidad del mercurio

SOLUCIÓN

La presión se define como $p = \frac{F}{S}$

Siendo: F la fuerza y S la superficie sobre la que se aplica dicha fuerza. La hidrostática nos dice que la diferencia de presión entre dos puntos de un fluido de densidad ρ, en estado estacionario, es:

$$p = \rho \ g \ \Delta h$$

Siendo ρ la densidad del fluido, g la intensidad del campo gravitatorio y Δh la diferencia de alturas de los puntos considerados.
La combinación de las ecuaciones nos lleva a

$$F = S \ \rho \ g \ \Delta h$$

Por lo tanto conociendo la presión que ejercen las pesas y el émbolo sobre el aire encerrado, y la diferencia de altura de la columna de mercurio, podremos conocer la densidad de éste.

La fuerza que ejercen las pesas y el émbolo será:

$$F = mg = \left(4(100g) + 2(50g) + 58,8g\right).\frac{1kg}{1000g}.9,8\frac{m}{s^2} = 5,48N$$

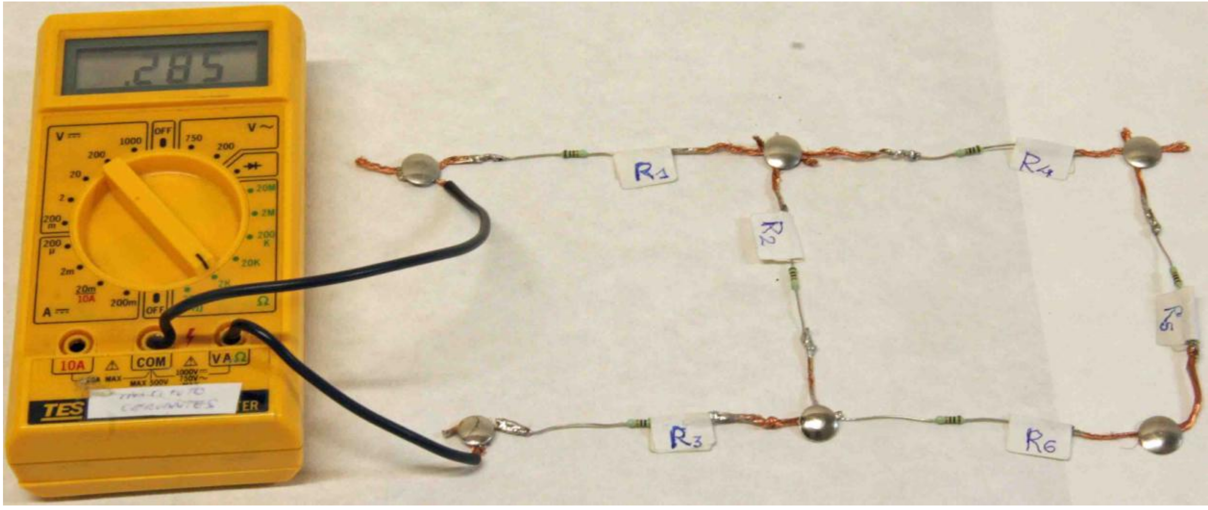
Como la superficie sobre la que actúa $S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi\left(2,59cm.\frac{1m}{100cm}\right)^2}{4} = 5,27.10^{-4}m^2$

Con lo que la presión= $\mathrm{p} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{S}} = \frac{5,48\mathrm{N}}{5,27.10^{-4}\mathrm{m}^2} = 10401,3\mathrm{Pa}$

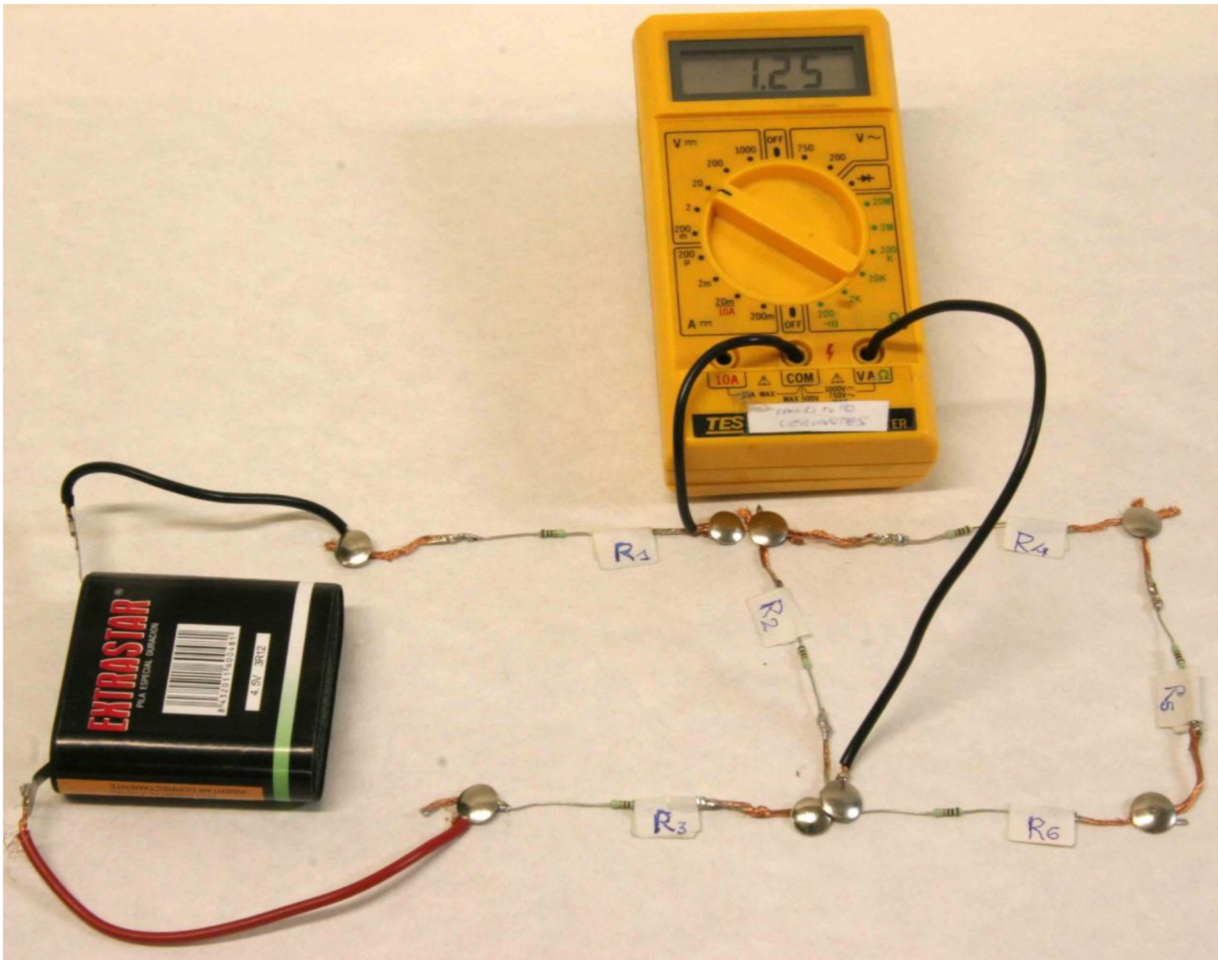
Como $p = \rho \ g \ \Delta h$, $\rho = \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{g}.\Delta \mathrm{h}} = \frac{10401,3\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}}{9,8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.\left(80\mathrm{mm}.\frac{1\mathrm{m}}{1000\mathrm{mm}}\right)} = 13.267\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

PVF11-3***

Circuito con pila y voltímetro



Fotografía 1



Fotografía 2

En la fotografía 1 hay una serie de resistencias numeradas de 1 a 6. Todas tienen la misma resistencia y están unidas a un óhmetro que mide en la escala de los kΩ. En la fotografía 2 aparecen las mismas resistencias ahora unidas a una pila de corriente continua y un voltímetro que está entre los extremos de la resistencia R_2.

a) A partir del valor medido en el óhmetro determina el valor de cada una de las resistencias.
b) Con el valor de las resistencias medidas en el apartado anterior a) y lo que indica el voltímetro, calcula la fuerza electromotriz de la pila. y la diferencia de potencial en la resistencia numerada R6.Se admite que la resistencia interna de la pila es despreciable frente a los valores de las resistencias.
c) Calcula potencia que suministra la pila al circuito
d) Calcula la potencia consumida por cada una de las resistencias.

SOLUCIÓN

a) Las resistencias R_4 , R_5 y R6 están en serie , por tanto se puede sustituir por una equivale de valor 3R. El circuito resultante corresponde a la figura 1A

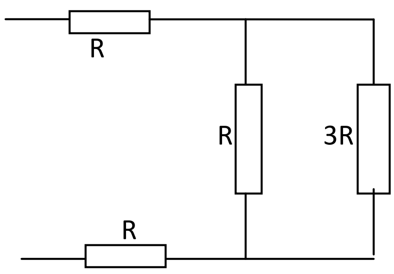


Fig.1A

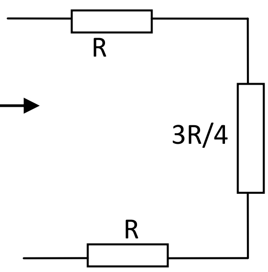


Fig.1B

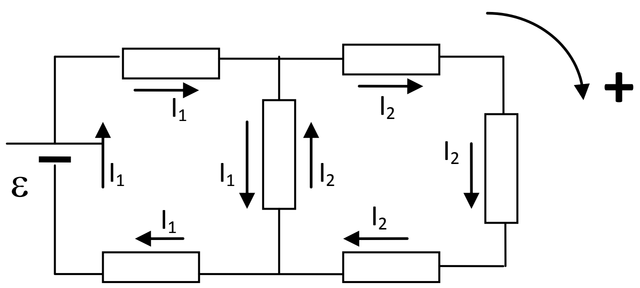
En la figura 1A hay dos resistencias en paralelo una de valor R y la otra 3R, la resistencia equivalente es;

$$\frac{1}{R_E} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R_E} = \frac{4}{3R} \Rightarrow \quad R_E = \frac{3R}{4}$$

En el circuito de la figura 1B las tres resistencias están en serie y la equivalente es:

$$R_T = R + \frac{3R}{4} + R = \frac{11R}{4} = 285 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{4 \cdot 285}{11} = 104\Omega$$

b)



La figura superior es el esquema de la disposición de las resistencias y de las pilas de la fotografía 2. Existen dos mallas en el circuito y en la de la izquierda la intensidad de la corriente se designa con I_1 y en la derecha con I_2.

Aplicamos Kirchoff a ambas mallas

$$\sum iR = \sum \varepsilon$$

El sumatorio de las intensidades por las resistencias es igual a la suma de la s fuerzas electromotrices en cada malla.

Malla izquierda

$$I_1R + (I_1 - I_2)R + I_1R = \varepsilon \quad \Rightarrow \quad 3I_1R - I_2R = \varepsilon \quad (1)$$

Malla derecha

$$I_2R + I_2R + I_2R + (I_2 - I_1)R = 0 \Rightarrow \quad 4I_2R - I_1R = 0 \quad \Rightarrow \quad I_1 = 4I_2 \quad (2)$$

La tercera ecuación la obtenemos de la lectura del voltímetro

$$1{,}25 = (I_1 - I_2)R \quad (3)$$

De las ecuaciones (1) y (2)

$$11 \cdot I_2R = \varepsilon \quad \Rightarrow \quad I_2R = \frac{\varepsilon}{11}$$

De las ecuaciones (2) y (3)

$$1{,}25 = 3I_2R$$

De las dos últimas ecuaciones

$$1{,}25 = 3\frac{\varepsilon}{11} \quad \Rightarrow \quad \varepsilon = 4{,}58 \quad V$$

c)

$$P = \varepsilon I = \varepsilon \frac{\varepsilon}{R_T} = \frac{4{,}58^2}{285} = 7{,}36.10^{-2}\,W$$

d) La potencia consumida en una resistencia vale I^2R

Potencia consumida en cada una de las resistencias, R_4, .R_5,R_6.

$$P = I_2^2R \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{11R} \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{11^2R^2}\cdot R = \frac{\varepsilon^2}{11^2R} = \frac{4{,}58^2}{121\cdot 104} = 1{,}67.10^{-3}\,W$$

Potencia consumida en cada una de las resistencias, R_1, .R_3.

$$P = I_1^2R \Rightarrow I_1 = 4I_2 = 4\cdot\frac{\varepsilon}{11R} \Rightarrow P = \frac{16\,\varepsilon^2}{11^2R^2}\cdot R = \frac{16\,\varepsilon^2}{11^2R} = \frac{16\cdot 4{,}58^2}{121\cdot 104} = 2{,}68.10^{-2}\,W$$

Potencia consumida la resistencia, R_2.

$$P = (I_1 - I_2)^2R = 9I_2^2R = 9\frac{\varepsilon^2}{121R} = \frac{9\cdot 4{,}58^2}{121\cdot 104} = 1{,}51{,}10^{-2}\,W$$