# PROBLEMAS DE LAS OLIMPIADAS INTERNACIONALES DE FÍSICA



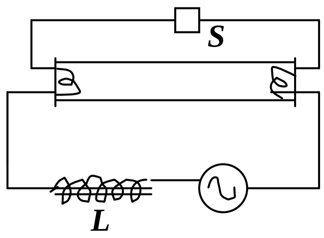
**José Luis Hernández Pérez**

**Agustín Lozano Pradillo**

Madrid 2008

## 13ª OLIMPIADA DE FÍSICA. REPÚBLICA FEDERAL ALEMANA. 1982

***1.-Una corriente alterna de 50 Hz se aplica a una lámpara fluorescente tal como indica la figura inferior***




***El voltaje eficaz de la corriente alterna es 228,5 V y la intensidad eficaz 0,6 A. El voltaje eficaz entre los extremos del tubo fluorescente es 84 V y la resistencia óhmica de la autoinducción 26 ,3Ω.***
***Notas.- En los cálculos se considerará a la lámpara fluorescente como una resistencia óhmica. El arrancador S se cierra durante un periodo de tiempo muy pequeño al encender la lámpara, después se abre y permanece así.***
***a) Calcular el coeficiente de autoinducción de la bobina b) La diferencia de fase entre el voltaje y la intensidad c) El diagrama del flujo luminoso de la lámpara en función del tiempo d) De acuerdo con los fabricantes para este tipo de lámparas se debe colocar en serie con la bobina un condensador de unos 4,7 $\mu$ F. Calcular el nuevo ángulo de desfase, siendo f = 50 Hz.***
***13ª Olimpiada Internacional de Física. Rep. Federal Alemana 1982***

a) Una vez abierto S el circuito de corriente alterna consta de la resistencia óhmica del tubo, en serie con una autoinducción que tiene resistencia inductiva y óhmica.
La impedancia del circuito es
.

$$Z = \sqrt{L^2 4\pi^2 f^2 + (26{,}3 + R_T)^2} \quad (1)$$

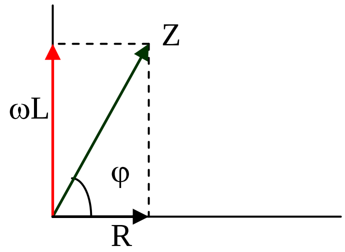
siendo f = 50 Hz y $R_T$ la resistencia óhmica del tubo fluorescente. El valor de esta resistencia se deduce aplicando la ley de Ohm al tubo $R_T = \frac{84}{0{,}6} = 140\ \Omega$.

El valor de la impedancia Z se calcula por la ley de Ohm aplicada a todo el circuito

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{228{,}5}{0{,}6}\ \Omega \quad (2)$$

A partir de las ecuaciones (1) y (2) resulta:

$$\left(\frac{228,5}{0,6}\right)^2 = L^2 * 4 * \pi^2 * 50^2 + (26,3 + 140)^2 \quad \Rightarrow L = 1,2 \ \ H$$



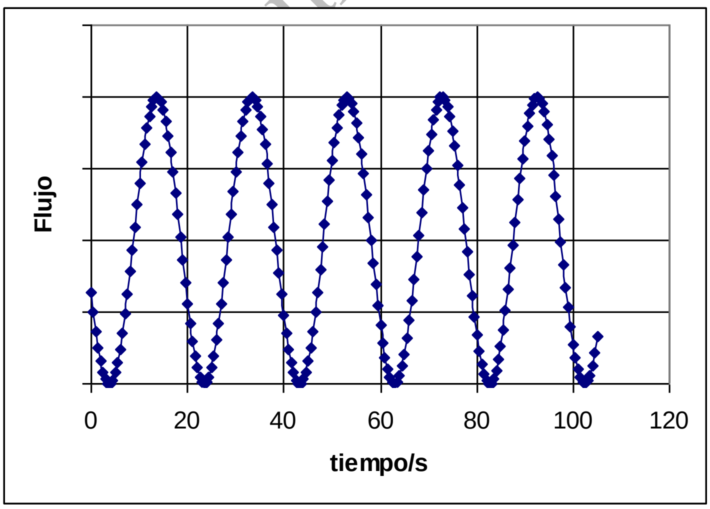

b) La diferencia de fase en un circuito serie con autoinducción (bobina) y resistencia es:

$$\mathrm{tag}\varphi = \frac{L_* 2\pi_* f}{R} = \frac{1,2 * 2 * 3,14 * 50}{166,3} = 2,27 \qquad \Rightarrow \qquad \varphi = 66,2^{o}$$

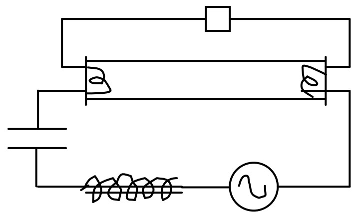
c) Como nos piden el flujo luminoso en función del tiempo admitimos que el flujo es directamente proporcional a la potencia consumida por el tubo. La potencia instantánea es:

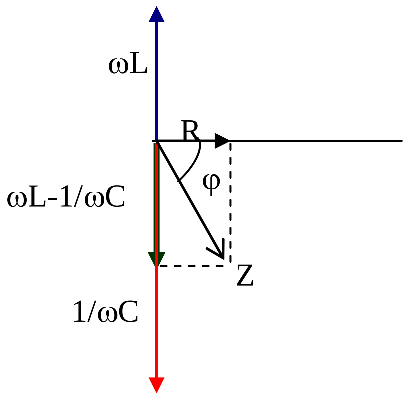
$$P = \frac{I^2}{R} = \frac{[I_{max}\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi)]^2}{R} = k\,\mathrm{sen}^2(\omega t + \varphi)$$

A la vista de la anterior ecuación se deduce que la forma que tiene el flujo luminoso frente al tiempo es la misma que la de la función seno al cuadrado y que está en la siguiente figura.




d) Con el condensador en el circuito






El condensador tiene una reactancia capacitiva cuyo valor es:

$$X_C = \frac{1}{C2\pi\ f} = \frac{1}{4{,}7.10^{-6} * 2\pi\ \ * f} = 677\ \ \Omega\,.$$

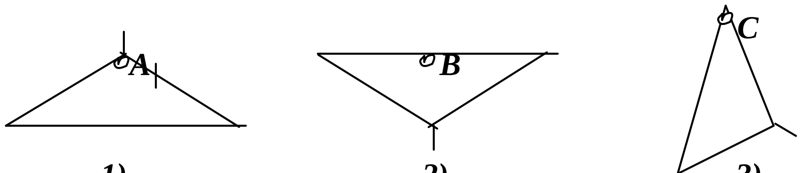
Si se añade al circuito el citado condensador tenemos un circuito serie LRC. Para este circuito el ángulo de desfase es:

$$\mathrm{tag}\varphi = \frac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R} = \frac{1{,}2 * 2\pi\ f - \dfrac{1}{4{,}7.10^{-6} * 2\pi\ f}}{R}$$

Volviendo a la ecuación anterior resulta.

$$\mathrm{tag}\varphi = \frac{1{,}2 * 2\pi\ \ * 50 - 677}{166{,}3} \qquad \Rightarrow \qquad \varphi = -61\ ^{o}$$

***2.- Una percha de alambre puede producir oscilaciones de pequeña amplitud en el plano si se cuelga tal como indica la siguiente figura***




***En las posiciones 1) y 2) el lado más largo está en posición horizontal. Los otros dos lados son iguales en longitud. El periodo de oscilación es el mismo en los tres casos ¿Dónde está el centro de masas? En la figura está la información sobre las dimensiones, pero no tiene información sobre la distribución de las masas.***
***El lado más largo mide 42 cm y la altura trazada desde A a B mide d = 10 cm.***
***13ª Olimpiada Internacional de Física. Rep.Federal Alemana 1982***

El lado mas largo está en posición horizontal, lo que nos indica que el centro de masas tiene que estar situado sobre la altura AB

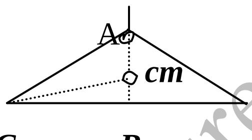


Fig.1

La distancia desde el centro de masas al vértice A se designa por a, al punto B por b y al vértice C por c. El lado mayor se representa por L = 42 cm. De acuerdo con el enunciado del problema, los periodos son iguales, por tanto, se puede escribir

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{mga}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_B}{mgb}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_C}{mgc}}$$

Si $I_{cm}$ representa el momento de inercia del sistema respecto de su centro de masas y aplicamos el teorema de Steiner resulta:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{cm} + ma^2}{mga}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{cm} + mb^2}{mgb}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{cm} + mc^2}{mgc}}$$

m representa la masa total de la percha

De las dos primeras igualdades resulta:

$$\frac{I_{cm} + ma^2}{mga} = \frac{I_{cm} + mb^2}{mgb} \quad \Rightarrow \quad I_{cm} = mab \,(1)$$

De la segunda y tercera igualdad resulta $I_{cm} = mbc$ (2)
De la primera y tercera resulta $I_{cm} = mac$ (3)

Combinando las ecuaciones (1) (2) y (3) resulta  a = b = c.

Este resultado es incompatible con el enunciado del problema  ya que, de acuerdo con la figura 1, nos encontramos que el cateto b   es igual a la hipotenusa c del triángulo rectángulo   cm BC. En consecuencia el enunciado es erróneo. Un posible enunciado es el siguiente:

***Cuando la percha se cuelga por A y B los periodos son iguales. Calcular a) la posición del centro de masas del sistema b) los periodos de los péndulos  cuando se cuelga por A , B y C.***

De las ecuaciones (1) y (2) nos queda que   a = b. Luego el centro de masas se encuentra a la mitad de la altura AB.

$$T_A = T_B = 2\pi\sqrt{\frac{I_{cm} + ma^2}{mga}} = 2\pi\sqrt{\frac{mab + ma^2}{mga}} = 2\pi\sqrt{\frac{2a}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2 * 5.10^{-2}}{9,8}} = 0,63 \text{ s}$$

$$c = \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + b^2} = \sqrt{21^2 + 5^2} = 21,59 \text{ cm}$$

$$T_C = 2\pi\sqrt{\frac{I_{cm} + mc^2}{mgc}} = 2\pi\sqrt{\frac{mab + mc^2}{mgc}} = 2\pi\sqrt{\frac{ab + c^2}{gc}}$$

$$T_C = 2\pi\sqrt{\frac{5 * 5.10^{-4} + 21,59^2.10^{-4}}{9,8 * 21,59.10^{-2}}} = 0,96 \text{ s}$$

La situación del centro de masas en el centro de la altura AB es posible lograrlo de muchas maneras. Una de ellas es suponer que el lado más largo tiene una masa M y la barra es uniforme. Los otros dos lados tienen la misma masa M pero las barras no son

uniformes,  sino que su centro de masas está desplazado por encima del centro de masas de todo el sistema tal como indica la figura 2

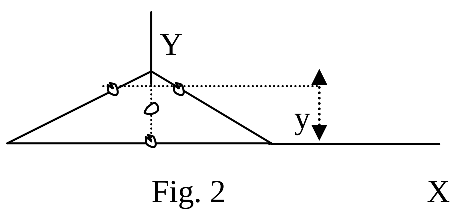



Fig. 2

Los centros de masas de las tres barras se indican por puntos en la figura 2 y están a una altura y sobre el eje X. El centro de masas del sistema se encuentra a una altura de 5 cm.

$$y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{2My}{3M} = 5 \qquad \Rightarrow \qquad y = 7,5 \text{ cm}$$

***3.- Un globo de aire caliente de volumen $V_B$ = 1,1 $m^3$ está abierto por su parte inferior. La masa de la envoltura es $m_H$ = 0,187 kg y del aire es $t_1$ =20ºC y la presión normal del aire exterior es $p_o$= 1,013.$10^5$ Pa. el volumen de la misma se considera despreciable. La temperatura inicial En estas condiciones la densidad del aire es $\rho_1$ = 1,2 kg/$m^{3.}$***

- ***a) ¿A qué temperatura se debe calentar el aire del globo para conseguir que flote?***
- ***b) El globo se mantiene sujeto al suelo mediante una cuerda y se calienta el aire hasta una temperatura $t_3$ = 110ºC ¿Cuál es la fuerza sobre la cuerda***
- ***c) Mantenemos el globo atado al suelo, con una temperatura del aire interior constante de $t_3$ = 110ºC. Si el globo se eleva en una atmósfera isoterma de 20ºC con una presión en el suelo $p_o$= 1,013.$10^5$ Pa ¿Hasta qué altura puede elevarse?***
- ***d) A la altura h de la cuestión c), el globo es empujado y elevado una altura $\Delta h$ = 10 m y ahí se suelta ¿Qué tipo de movimiento tendrá?***

***13ª Olimpiada Internacional de Física. Rep. Federal Alemana 1982***



a) Para que el globo flote el peso ha de ser igual al empuje. El peso corresponde a la envoltura más la masa de aire que existe en su interior a la temperatura t, siendo t la temperatura que alcanza el aire del globo cuando éste flote. El empuje es debido al aire exterior que se encuentra a 20ºC

$$P = E \quad ; \quad m_H g + V_B \rho_t g = V_B \rho_1 g \quad \Rightarrow \quad 0{,}187 + 1{,}1 * \rho_t = 1{,}1 * 1{,}2 \quad \Rightarrow \rho_t = 1{,}03 \ \frac{kg}{m^3}$$

Antes de calentar el aire del globo, este aire se encuentra a la presión $p_o$ y a 20ºC, al calentarlo a la temperatura t, debido a que el globo está abierto, sale parte del aire al exterior de modo que en el interior queda una masa de aire de densidad $\rho_t$ ,a la presión $p_o$ y a la temperatura t. Si se aplica la ecuación de los gases perfectos entre los dos estados tenemos:

$$p_o = \frac{\rho_1}{M} RT_0 \ ; \ p_o = \frac{\rho_t}{M} RT_t \Rightarrow \rho_1 T_o = \rho_t T_t \Rightarrow 1{,}2 * 293 = 1{,}03 \ T_t \Rightarrow T_t = 341 K = 68^o C$$

b) Al calentar el aire interior a 110ºC el empuje es superior al peso

$$E = V_B \rho_1 g - (0{,}187 g + V_B \rho_3 g) = (1{,}1 * 1{,}2 - 0{,}187 - 1{,}1 * \rho_3) * g$$

$\rho_3$ es la densidad del aire a 110ºC, al cual podemos calcular mediante la relación

$$\rho_1 T_o = \rho_3 T_3 \ ; \ 1{,}2 * 293 = \rho_3 (273+110) \longrightarrow \rho_3 = 0{,}918 \text{ kg/m}^3$$

$$E = (1{,}1 * 1{,}2 - 0{,}187 - 1{,}1 * 0{,}918) * 9{,}8 = 1{,}2 \ N$$

La tensión de la cuerda será 1,2 N.

c) Al ascender el globo en una atmósfera isoterma de 20ºC, la presión del aire disminuye con la altura y como consecuencia de ello, también disminuyen la densidad del aire exterior y el empuje. Llegará un momento en que se igualen de nuevo el peso con el nuevo empuje del aire a una cierta altura h.

$$0{,}187g + \rho_3 V_B g = \rho_h V_B g \qquad \Rightarrow \qquad \rho_h = \frac{0{,}187 + 0{,}918 * 1{,}1}{1{,}1} = 1{,}088 \ \frac{kg}{m^3}$$

Para calcular la variación de la presión con la altura supongamos dos puntos de un fluido separados por una distancia dh, tal como indica la figura 1

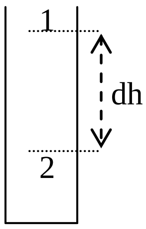



Fig. 1

En el punto 1 la presión es p y en el punto 2 p+dp : De acuerdo con el teorema fundamental de la hidrostática

$$pS - (p + dp)S = \rho \ g \ dV = \rho \ g \ Sdh \ , \quad \text{y de aquí}$$

$$-dp = \rho \ g \ dh \quad (1)$$

Si admitimos que el aire se comporta como un gas perfecto, podemos escribir:

$$p = \frac{\rho RT}{M} \qquad \Rightarrow \qquad dp = d\rho \frac{RT}{M}$$

Si llevamos este último resultado a la ecuación (1) e integramos entre la altura h=0 y h=h , resulta:

$$\int_{\rho_1}^{\rho_h} -\frac{d\rho}{\rho} = \int_0^h \frac{Mgdh}{RT} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\rho_1}{\rho_h} = e^{\frac{Mgh}{RT}} \quad (2)$$

Si aplicamos la ecuación de los gases sobre el nivel de la Tierra : $p_o = \frac{\rho_1}{M} RT$. Que sustituido en la ecuación (2) conduce a:

$$\rho_h = \rho_1 e^{\frac{-\rho_1 hg}{p_o}} \qquad \Rightarrow \qquad 1{,}088 = 1{,}2 e^{\frac{-1{,}2 * h * 9{,}8}{101300}} \qquad \Rightarrow \qquad h = 844 \quad m$$

d) Si elevamos el globo $\Delta h$ = 10 m el peso es mayor que el empuje y tratará de volver a la posición de equilibrio. El movimiento es oscilatorio amortiguado debido al rozamiento.