1.- La rueda de una locomotora es r_o =1 m a la temperatura de 0º¿Cuál es la diferencia entre el número de rotaciones de la rueda, a lo largo de un recorrido de L=1000 km en verano con una temperatura de t_1= 25ºC y en invierno con una temperatura de t_2= -25ºC. El coeficiente de dilatación lineal es α = 2.10^{-5} K^{-1}.

La longitud de la rueda en función de la temperatura es

$$L_{t1} = 2\pi\ r_o\left(1+\alpha\ t_1\right) \qquad ; \qquad L_{t2} = 2\pi\ r_o\left(1+\alpha\ t_2\right)$$

El número de vueltas en L = 10^6 m

$$n_1 = \frac{L}{2\pi\ r_o\left(1+\alpha\ t_1\right)} \qquad ; \qquad n_2 = \frac{L}{2\pi\ r_o\left(1+\alpha\ t_2\right)}$$

La diferencia

$$n_2 - n_1 = \frac{L}{2\pi\ r_o}\left[\frac{1}{1+\alpha\ t_2} - \frac{1}{1+\alpha\ t_1}\right] = \frac{10^6}{2\pi}\left[\frac{1}{1-2.10^{-5}*25} - \frac{1}{1+2.10^{-5}*25}\right] = 159$$

2.- Un reloj de péndulo funciona perfectamente cuando la temperatura es 15,0ºC. Si la temperatura ambiente sube a 30,0ºC, calcular ¿cuántos segundos se retrasará al cabo de 24 horas?
La longitud del péndulo a t_{15} es 0,50 m y el coeficiente de dilatación del material con que está hecho es $\alpha = 2,0.10^{-5}\ K^{-1}$.

Calculamos los periodos

$$T_{15} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}5}{g}} \qquad ; \qquad T_{30} = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}5\left(1+2.10^{-5}*15\right)}{g}}$$

Sustituyendo valores resulta:

$$T_{15}=1{,}418503\ s \qquad y \qquad T_{30} = 1{,}418716\ s$$

En cada periodo la diferencia de tiempo es $2{,}13.10^{-4}$ s

$$\frac{1{,}418503}{2{,}13.10^{-4}} = \frac{24*3600}{x} \quad \Rightarrow \quad x = 12{,}97s$$

Teniendo en cuenta que para hacer el cálculo hemos tomado g = 9,81 m/s^2 y el valor del coeficiente de dilatación que está dado con una cifra significativa, el resultado numérico está afectado de esas incertidumbres. Por ello debemos decir que el reloj retrasa aproximadamente unos 13 segundos.
Con los valores dados, la incertidumbre es del orden de

$$\left(\frac{0{,}01}{9{,}81}+\frac{0{,}02}{15}+\frac{0{,}1}{2{,}0}\right).100 = 5\ \%$$

Lo que nos indica que el retraso debe estar comprendido entre 12 y 14 segundos.

3.- Una bola de cobre de diámetro D = 1,2 cm, cuya temperatura es T_i =300 K, se coloca en el centro de una cavidad en cuyo interior se ha hecho el vacío y sus paredes se mantienen cerca del cero absoluto. Admitiendo que la bola emite radiación comportándose como un cuerpo negro, determinar el tiempo que ha de transcurrir para que su temperatura se reduzca a la mitad.
Datos. Densidad del cobre ρ=8,93 g/cm3
Calor específico del cobre= 24,4 J/mol K
Masa molar del cobre M =63,55 g/mol
Constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5{,}7.10^{-8}\ W/m^2K^4$

La bola pierde energía térmica y como consecuencia disminuye su temperatura, dicha energía es absorbida por las paredes del recipiente. En un tiempo dt la bola disminuye su temperatura en dT y su energía disminuye en dE.

$$dE = mc\cdot dT = V\rho\ c\cdot dT = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3\rho\ c\cdot dT = \frac{1}{6}\pi D^3\rho\ c\cdot dT \quad J\ (1)$$

Esta energía la ha radiado la bola por su superficie en un tiempo dt, y de acuerdo con la ley de Stefan-Boltzmann

$$dE = \sigma\left(\frac{J}{s\ m^2\ K^4}\right)T^4\left(K^4\right)\cdot 4\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2\left(m^2\right)\cdot dt(s) = \pi D^2\sigma T^4 dt \quad J\ (2)$$

(1) y (2) son iguales en valor absoluto, pero en (1) dT es negativo y en (2), dt es positivo por lo que al igualarlas ponemos un signo menos a (1).

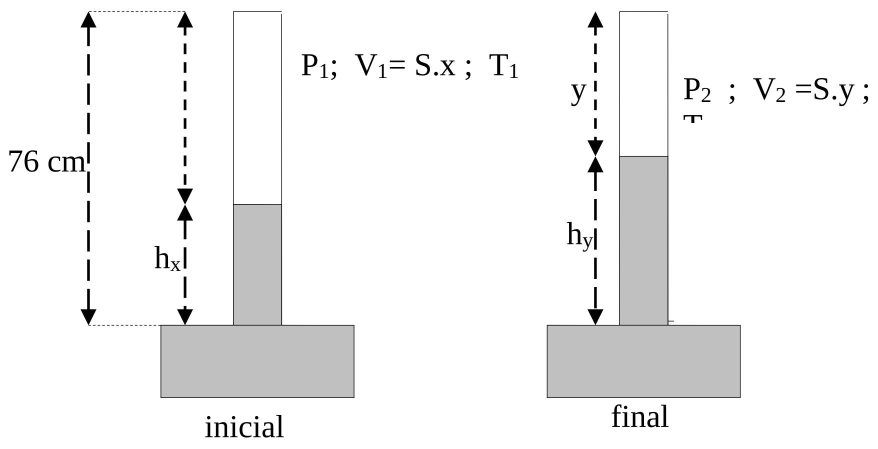
$$-\frac{1}{6}\pi\ D^3\rho\cdot c\cdot dT = \pi D^2\sigma T^4 dt \Rightarrow \quad -\int_{Ti}^{Tf}\frac{dT}{T^4} = \int_0^{t_f}\frac{6\sigma}{\rho\ cD}dt \Rightarrow \quad \frac{1}{3}\frac{1}{T^3}\Big]_{Ti}^{Tf} = \frac{6\sigma}{\rho\ cD}t\ \Big]_0^{t_f} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3}\left(\frac{1}{T_f^3}-\frac{1}{T_i^3}\right) = \frac{6\sigma}{\rho\ cD}t_f \Rightarrow t_f = \frac{\rho\ cD\left(\frac{1}{T_f^3}-\frac{1}{T_i^3}\right)}{18\sigma} = \frac{\rho\ cD\left(\frac{T_i^3-\left(\frac{T_i}{2}\right)^3}{\frac{T_i^3}{8}\cdot T_i^3}\right)}{18\sigma} = \frac{\rho\ cD\cdot 7}{18\sigma\cdot T_i^3} \Rightarrow$$

$$t_f = \frac{8{,}93.10^3\left(\frac{kg}{m^3}\right)\cdot\frac{24{,}4}{63{,}55.10^{-3}}\left(\frac{J}{kg\cdot K}\right)\cdot 1{,}2.10^{-2}(m)\cdot 7}{18\cdot 5{,}7.10^{-8}\left(\frac{J}{s\cdot m^2\cdot K^4}\right)\cdot\cdot 300^3\left(K^3\right)} = 10397\quad s \approx 2{,}9\ horas$$

4.-Un tubo cilíndrico de sección S y altura 76 cm, está cerrado por un extremo. El tubo está sobre mercurio (densidad ρ) de modo que éste penetra en el tubo hasta una altura h_x. Entre el extremo cerrado del tubo y el nivel del mercurio existen 0,001 mol de un gas ideal cuya capacidad calorífica molar es C_v = 20,5 J/mol K. La presión exterior al tubo equilibra la de una columna de mercurio de 76 cm de altura. Si la temperatura del gas desciende 10ºC ¿cuánto calor cede dicho gas al ambiente?

En la figura 1 se representa la situación inicial y la final



.

De acuerdo con la ecuación de la hidrostática la presión del gas más la de la columna de mercurio es igual a la presión exterior. Lo aplicamos a la situación inicial y final.

$$P_1 + \rho g h_x = P_{atm} = \rho g 76 \;\Rightarrow\; P_1 = \rho g(76 - h_x) = \rho g x$$
$$P_2 + \rho g h_y = P_{atm} = \rho g 76 \;\Rightarrow\; P_2 = \rho g(76 - h_y) = \rho g y$$

Multiplicamos P_1 por V_2 y P_2 por V_1.

$$P_1 V_2 = \rho g x S y \quad ; \quad ; P_2 V_1 = \rho g y S x \;\Rightarrow\; P_1 V_2 = P_2 V_1 \quad (1)$$

Para un estado intermedio (con presión P y volumen V) entre la situación inicial y la final podemos escribir:

$$P V_1 = P_1 V \quad (2)$$

Aplicamos el primer principio de la termodinámica entre el estado inicial y final.

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow nC_v(T_2 - T_1) = Q + W \Rightarrow \quad Q = nC_v(T_2 - T_1) - W \;\; (3)$$

$$W = -\int_{V_1}^{V_2} P\,dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{P_1 V}{V_1}\,dV = -\frac{P_1}{V_1}\int_{V_1}^{V_2} V\,dV = -\frac{P_1}{V_1}\left(\frac{V_2^2}{2} - \frac{V_1^2}{2}\right) = -\frac{P_1 V_2 \cdot V_2}{2V_1} + \frac{P_1 V_1}{2}$$

En la ecuación anterior sustituimos la (1) y la ecuación de los gases perfectos:

$$W = -\frac{P_2 V_1 \cdot V_2}{2 V_1} + \frac{P_1 V_1}{2} = -nR\frac{T_2}{2} + nR\frac{T_1}{2} = \frac{nR}{2}\left(T_1 - T_2\right)$$

Llevando esta ecuación a la (3).

$$Q = nC_V\left(T_2 - T_1\right) + \frac{nR}{2}\left(T_2 - T_1\right) = n\left(T_2 - T_1\right)\left(C_v + \frac{R}{2}\right) = 0{,}001 \cdot (-10)\left(20{,}5 + \frac{8{,}3}{2}\right)$$

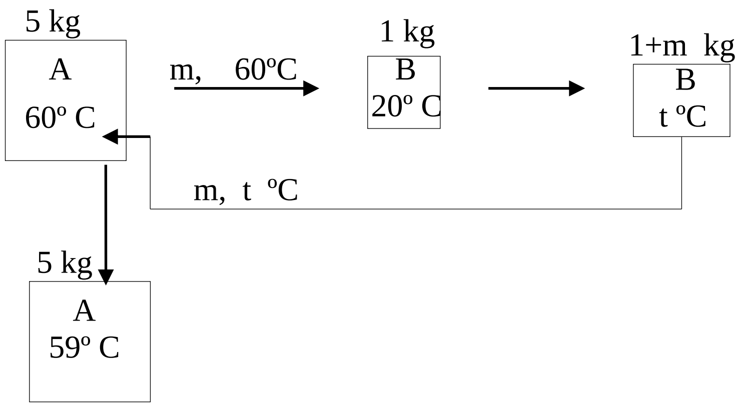
$$Q = -0{,}247 \ \ J$$

5.-Un recipiente A termoaislado contiene 5 kg de agua a la temperatura de 60ºC, otro recipiente B, también termoaislado, contiene 1 kg de agua a 20ºC. Del recipiente A se transfiere una masa de agua m al recipiente B y se espera a que se alcance el equilibrio térmico. Luego se transfiere de B a A la misma cantidad m de agua y cuando se alcanza el equilibrio térmico ese recipiente está a la temperatura de 59ºC.

a) Determinar m y la temperatura del recipiente B.

b) Dibujar una gráfica que indique las temperaturas de los recipientes A y B en función de la masa m transferida.

a) Un esquema ayuda a entender el proceso



Al pasar m kg de agua desde A a B, la temperatura de B aumenta a tºC. Si no hay pérdidas de calor

$$m \cdot c_e \cdot (60 - t) = 1 \cdot c_e \cdot (t - 20) \Rightarrow \quad m(60 - t) = t - 20 \quad (1)$$

Al pasar m kg de agua a la temperatura t al recipiente B, en éste hay 5 kg de agua a la temperatura de 59ºC.

$$(5 - m) \cdot c_e \cdot (60 - 59) = m \cdot c_e \cdot (59 - t) \Rightarrow \quad 5 - m = m(59 - t) \quad (2)$$

A partir de (1) y (2), resulta

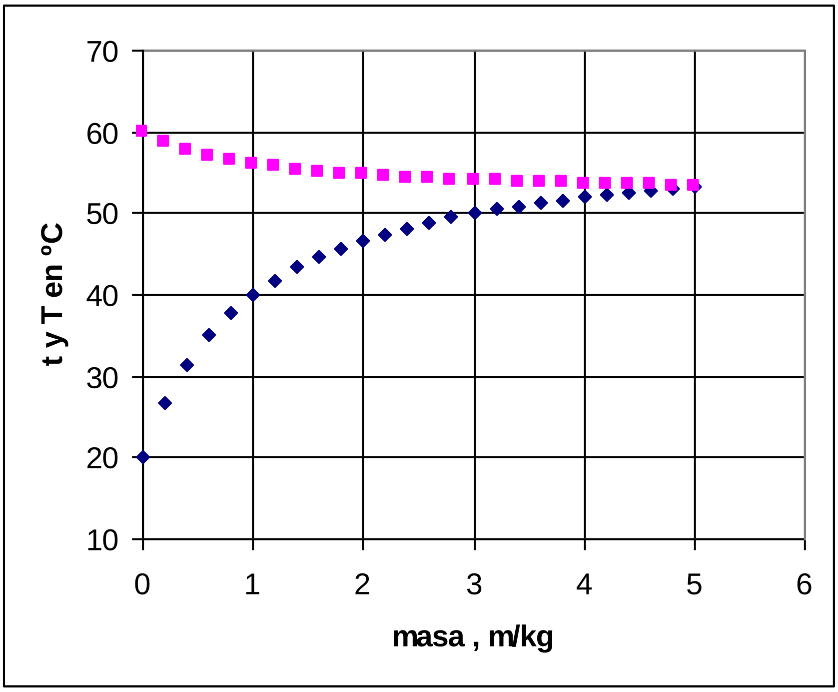
$$m(60 - t) - m(59 - t) = t - 20 - (5 - m) \Rightarrow \quad m = t - 25 + m \Rightarrow \quad t = 25º$$

$$\text{De } (2) \quad \Rightarrow \quad m = \frac{t - 20}{60 - t} = \frac{25 - 20}{60 - 25} = \frac{1}{7}\,\text{kg}$$

b) Designamos con T a la temperatura del recipiente A. De acuerdo con el esquema de cálculo anterior

$$m(60 - t) = 1(t - 20) \Rightarrow \quad 60m - tm = t - 20 \Rightarrow \quad t = \frac{60m + 20}{1 + m}$$

$$(5-m)(60-T)=m(T-t)\ \Rightarrow\ T-t=\left(\frac{5-m}{m}\right)(60-T)\Rightarrow\ T=\frac{\left(\frac{5-m}{m}\right)60+t}{1+\frac{5-m}{m}}$$



6.-Se calientan 2000 litros de benceno desde la temperatura inicial de 10ºC hasta 50ºC. Para ello se utiliza un intercambiador de calor en el que penetra vapor de agua a 100ºC y sale agua líquida a 90ºC. El rendimiento de la operación es 80%. Calcular los litros de agua líquida que se forman durante el proceso.
Datos densidad del benceno =0,88 g/cm³ , calor especifico del benceno 1,73 kJ/(kg grado). Calor de vaporización del agua 2,26.10⁶ J/kg , calor especifico del agua líquida 4,18 kJ/(kg grado).

La energía calorífica que necesítale benceno para calentarlo es:

$$Q = m\,c\,\Delta t = 2000\text{L}\cdot 0{,}88\,\frac{\text{kg}}{\text{L}}\cdot 1{,}73.10^{3}\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\,^{\text{o}}\text{C}}\cdot(50-10)^{\text{o}}\,\text{C} = 1{,}22..10^{8}\,\text{J}$$

Esta energía la suministra el vapor de agua. Primero el vapor se condensa y cede su calor latente de vaporización y a continuación el agua líquida formada se enfría de 100 a 90ºC

$$Q' = m'.2{,}26.10^{6} + m'\cdot 4{,}18.10^{3}\left(100-90\right) = m'\cdot 2{,}30.10^{6}$$

Q´ es igual a Q si el rendimiento fuese del 100 % al ser solo del 80%, la masa de vapor de agua debe ser mayor que m´.

$$m'' = \frac{100}{80}\cdot m' = \frac{100}{80}\cdot\frac{1{,}22.10^{8}}{2{,}26.10^{6}} = 67\,\text{kg}$$

Como la densidad del agua es prácticamente 1kg/L, los litros de agua recogidos son 67.

7.- Un cilindro de paredes rígidas posee un émbolo que se considera sin masa. El volumen es V= 20 L, contiene vapor de agua, siendo su presión 10 kPa y su temperatura 120 ºC.
a) Dicho recipiente se enfría hasta una temperatura 30 ºC, determinar la masa de agua que aparece en forma líquida.
b) Si se actúa sobre el vapor disminuyendo su volumen a la mitad y al mismo tiempo se rebaja la temperatura a 90º C ¿cuál será la masa de agua condensada.
c) Si el vapor se enfría hasta una temperatura T sin variar el volumen, la mitad del agua que contenía el vapor en a) aparece en forma líquida. Calcular el valor de esa temperatura. .
Considerar que el vapor de agua se comporta como un gas perfecto.

Dato. La presión del vapor de agua a 90ºC es 70,2 kPa

Temperatura en ºC	***25***	***26***	***27***	***28***	***29***	***30***
Presión en kPa	***3,17***	***3,37***	***3,57***	***3,78***	***4,01***	***4,25***

a) Calculamos la masa de vapor de agua que existe en el cilindro

$$p.V = \frac{x}{M}RT \Rightarrow x = \frac{pVM}{RT} = \frac{10.10^{3}\,\mathrm{Pa}\cdot 20{,}10^{-3}\,\mathrm{m}^{3}\cdot 18\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}}{8{,}31\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{molK}}\left(273+120\right)\mathrm{K}} = 1{,}10\ \mathrm{g}$$

Al enfriar, parte del agua pasa a la forma líquida y está en equilibrio con el vapor saturado. Calculamos los gramos de agua que están en el vapor

$$p.V = \frac{x'}{M}RT \Rightarrow x' = \frac{pVM}{RT} = \frac{4{,}25.10^{3}\,\mathrm{Pa}\cdot 20.10^{-3}\,\mathrm{m}^{3}\cdot 18\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}}{8{,}31\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{molK}}\left(273+30\right)\mathrm{K}} = 0{,}61\ \mathrm{g}$$

Los gramos de agua que hay en la fase líquida son:

1,10-0,61= 0,49 g

b) El vapor de agua está saturado permanece en equilibrio con el agua líquida a una temperatura de 90ºC y ejerciendo una presión igual a la tensión del vapor a 90ºC

$$p.\frac{V}{2} = \frac{x''}{M}RT \Rightarrow x'' = \frac{70{,}2.10^{3}\,\mathrm{Pa}\cdot 10.10^{-3}\,\mathrm{m}^{3}\cdot 18\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}}{8{,}31\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol\,K}}(273+90)\mathrm{K}} = 0{,}42\ g$$

Los gramos de agua que hay en la fase líquida son:

1,10-0,42= 0,68 g

c) La ecuación de los gases perfectos conduce a

$$p.V = \frac{0{,}55}{M} R\,T \Rightarrow \frac{p}{T} = \frac{0{,}55R}{M\,V} = \frac{0{,}55 \cdot 8{,}31}{18 \cdot 20.10^{-3}} = 12{,}7\ \frac{Pa}{K}$$

Con los datos de la tabla del, enunciado hacemos los cocientes p/T.

Temperatura en ºC	25	26	27	28	29	30
Presión en kPa	3,17	3,37	3,57	3,78	4,01	4,25
p/T en Pa/K	10,6	11,3	11,9	12,6	13,3	14,0

La temperatura esta comprendida entre 28 y 29ºC .Hacemos una interpolación lineal entre esas temperaturas

$$\frac{13{,}3 - 12{,}6}{1^{o}\,C} = \frac{0{,}7}{1^{o}\,C} = \frac{0{,}1}{x} \Rightarrow x = 0{,}14$$

La temperatura es : 28+0,14=28,1 ºC

8.-**(473)**- Un recipiente de volumen 2 L contiene 2 gramos de H_2 y está saturado de vapor de agua y se encuentra a la temperatura T_1 y a la presión de 17.10^5 Pa. Se calienta el contenido del recipiente hasta una temperatura T_2, siendo entonces la presión 26.10^5 Pa. La presión del vapor de agua en función de la temperatura es:

T/K	***273***	***393***	***406***	***425***	***453***
P_V/ Pa	***1.10^5***	***2.10^5***	***3.10^5***	***1.10^5***	***10.10^5***

Estimar las temperaturas T_1 y T_2 y los gramos de vapor de agua en el recipiente a esas dos temperaturas.
Admitir que tanto el hidrógeno como el vapor de agua se comportan como gases perfectos. Masas atómicas H=1 , O =16

Olimpiadas de Moscú

Aplicamos la ley de los gases perfectos a la mezcla de hidrógeno y vapor de agua a las dos temperaturas

$$17.10^5 \cdot 2.10^{-3} = \left(\frac{2}{2}+\frac{g}{18}\right)\cdot 8{,}31\cdot T_1 \Rightarrow \quad 3400 = \left(1+\frac{g}{18}\right)\cdot 8{,}31\cdot T_1 \qquad (1)$$

$$26.10^5 \cdot 2.10^{-3} = \left(\frac{2}{2}+\frac{g'}{18}\right)\cdot 8{,}31\cdot T_2 \Rightarrow \quad 5200 = \left(1+\frac{g'}{18}\right)\cdot 8{,}31\cdot T_2 \qquad (2)$$

Aplicamos la ley de los gases perfectos al vapor de agua

$$p_v(T_1)\cdot 2.10^{-3} = \frac{g}{18}\cdot 8{,}31\cdot T_1 \qquad (3)$$

$$p_v(T_2)\cdot 2.10^{-3} = \frac{g'}{18}\cdot 8{,}31\cdot T_2 \qquad (4)$$

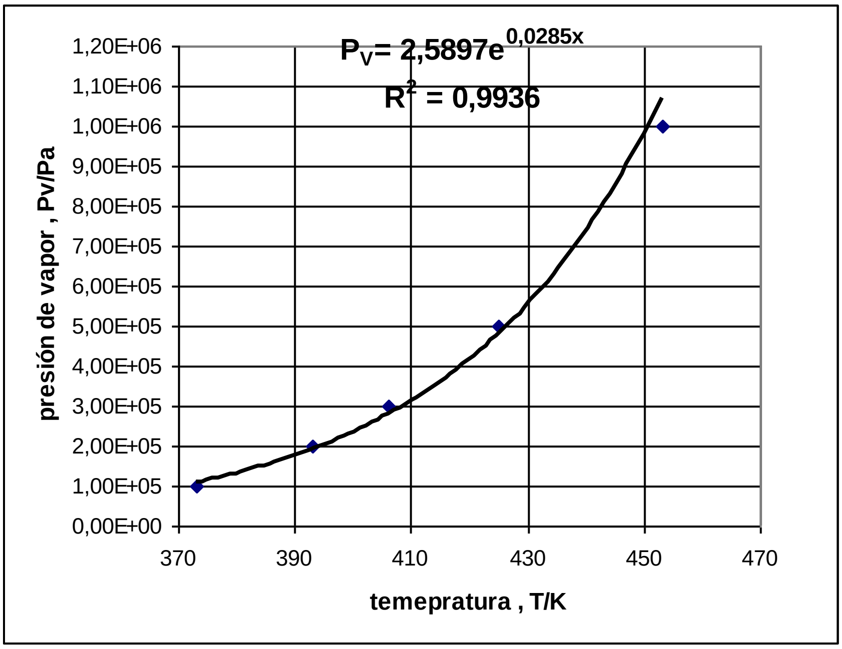
Con las cuatro ecuaciones anteriores no podemos resolverlas porque hay más incógnitas.

La forma de proceder es la siguiente. En la ecuación (3) le damos a T_1 un valor, con ese valor y la tabla de datos proporcionada determinamos la presión de vapor y aplicando la ecuación (3) determinamos g. este valor de g junto con T_1 lo llevamos al segundo miembro de la ecuación (1) y obtenemos un valor que puede o no coincidir con el primer miembro, si coincide hemos acertado con el valor de T_1 y g, si no coincide hay que volver a ensayar., El mismo procedimiento se repite con las ecuaciones (4) y (2).

Para orientarnos sobre el valor que pueda tener T_1, hacemos un cálculo suponiendo que todo es hidrógeno y no hay vapor de agua

$$17.10^5 \cdot 2.10^{-3} = 1 \cdot 8{,}31 \cdot T_1 \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{17.10^5 \cdot 2.10^{-3}}{8{,}31} = 409\,\mathrm{K}$$

Para T_1 hemos de ensayar con valores inferiores a 409 K y para T_2 con valores superiores..
Este trabajo se puede hacer con una calculadora, pero lo hacemos de forma más rápida con una hoja de cálculo
Representamos la tabla de valores numéricos en una gráfica y ajustamos la curva con una ecuación



Después de realizar varios ensayos hacemos

T_1=379 K, $P_V = 2{,}5897 \cdot e^{0{,}0285379} = 1{,}271.10^5\,\mathrm{Pa}$

$$1{,}271.10^5 \cdot 2.10^{-3} = \frac{g}{18} 8{,}31 \cdot 379 \quad \Rightarrow \quad g = \frac{1{,}271.10^5 \cdot 2.10^{-3} \cdot 18}{8{,}31 \cdot 379} = 1{,}45\,g \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 3400 \approx \left(1 + \frac{1{,}45}{18}\right) \cdot 8{,}31 \cdot 379 = 3403$$

Si hacemos T_2= 442 K, $P_V = 2{,}5897 \cdot e^{0{,}0285442} = 7{,}657.10^5\,\mathrm{Pa}$

$$7{,}657.10^5 \cdot 2.10^{-3} = \frac{g'}{18} 8{,}31 \cdot 442 \quad \Rightarrow \quad g' = \frac{7{,}657.10^5 \cdot 2.10^{-3} \cdot 18}{8{,}31 \cdot 442} = 7{,}50\,g \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad 5200 \approx \left(1 + \frac{7{,}50}{18}\right) \cdot 8{,}31 \cdot 442 = 5203$$

Las soluciones del problema son: T_1 =379 K ; T_2= 442 K , g = 1,45 g , g´= 7,50 g