Síntesis de Maxwell. Unificación de los fenómenos eléctricos, magnéticos y ópticos

Corriente de Desplazamiento de Maxwell.

Al estudiar el campo magnético vimos la ley de Ampere, que relaciona la circulación del campo magnético $\vec{B}$ a lo largo de una curva cerrada C, con la intensidad de corriente I, que atraviesa cualquier superficie que se apoyara en la curva C, por la ecuación.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\, I$$

siendo $d\vec{s}$ un elemento de longitud sobre la curva C.

En la fig.8.24 se han trazado también dos superficies S_1 y S_2 que se apoyan en la citada curva C. Maxwell se dio cuenta que en determinadas circunstancias la ecuación anterior daba resultados inconsistentes. Por ejemplo supongamos una situación física como la de la fig.8.24, donde. Una corriente de intensidad I está cargando un condensador plano, verificándose

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

y estableciéndose un campo eléctrico $\vec{E}$ entre sus armaduras.

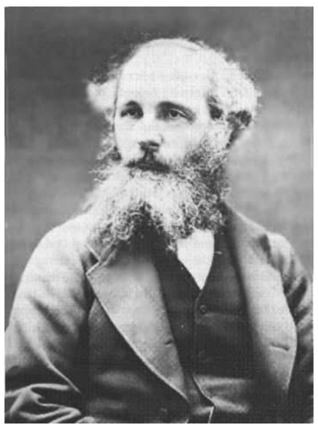
La aplicación de la ley de Ampere tomando S_1 como la superficie que se apoya en C nos dice que la circulación de $\vec{B}$ es igual a $\mu_0 I$. Sin embargo, si tomáramos la superficie S_2, la cual no está atravesada por el cable conductor, (obsérvese en la figura que es como una campana hueca), la ley de Ampere nos diría que la circulación de $\vec{B}$ a lo largo de la línea C es nula, pues no hay carga eléctrica pasando a través de la superficie de la campana, de una armadura a otra del condensador. (La intensidad a lo largo de un cable conductor es discontinua, siempre que tengamos condensadores distribuidos en partes de un circuito).

Sabemos que el resultado correcto es el primero, pues conociendo el campo magnético que crea un hilo infinito por la ley de Biot-Savart, deducimos que su circulación es $\mu_0 I$. ¿Qué es lo que le falta entonces a la ley de Ampere para que se siga cumpliendo incluso cuando escogemos la S_2, como superficie que se apoya en C?

Maxwell mostró que la ley de Ampere puede ser generalizada para incluir todo tipo de situaciones, si la corriente I en la ecuación es sustituida por la suma de la corriente de conducción I más otro término I_d, llamado **corriente de desplazamiento de Maxwell,** definida como el producto de ε_0 por la derivada respecto del tiempo del flujo del campo eléctrico, a través de una superficie que se apoya en la curva C.

$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt} \qquad (8.19)$$

Efectivamente, podemos ahora comprobar que el resultado que nos da la ley de Ampere cuando escogemos la superficie S_2, es el correcto, si incluimos la corriente de desplazamiento de Maxwell. Recordando la ley de



James Clerk Maxwell. Físico escocés (1831-1879) que unifico la electricidad y el magnetismo y predijo la existencia de ondas electromagnéticas. Demostró entre 1864-73 que la electricidad y el magnetismo no podían existir aisladamente, allí donde hay uno está el otro. Señaló que las oscilaciones de una carga eléctrica producía un campo electromagnético que se radiaba hacia el exterior a velocidad constante, son las ondas electromagnéticas que por primera vez produjo el alemán Hertz en 1887 confirmando la teoría de Maxwell, cuando éste ya estaba fallecido. También sugirió que la luz era de naturaleza electromagnética

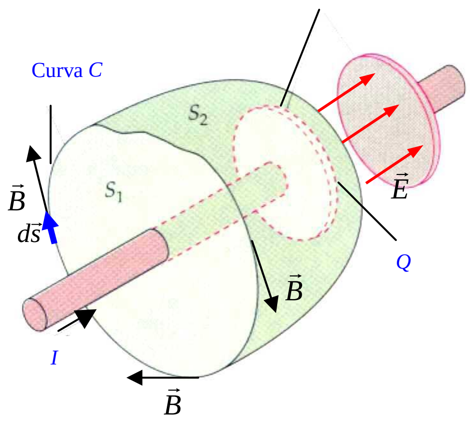


Fig.8.24. Condensador plano, cuya armadura inferior está rodeada por la superficie S_2 (de verde en el dibujo).

Gauss para el flujo del campo eléctrico $\phi_e = \vec{E}\cdot\vec{A} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$. Sustituyendo en (8.19) resulta:

$$I_d = \varepsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\left(\frac{Q}{\varepsilon_0}\right) = \varepsilon_0 \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{dQ}{dt} = I$$

Es decir, en este caso $I_d \equiv I$, y no hay inconsistencia alguna en la ley de Ampere.

La ley de Ampere generalizada se escribirá.

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\left(I + I_d\right) = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d\phi_e}{dt} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_{S_2} \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

En la situación física más general que pudiéramos imaginarnos los dos términos de la ecuación, intensidad I y corriente de desplazamiento I_d contribuyen ambos a la circulación de $\vec{B}$.

En el ejemplo mostrado en la fig.8.24, tenemos los dos casos extremos y no hay que sumar las dos corrientes, Si consideramos la superficie S_1 el efecto de la corriente de desplazamiento I_d será despreciable ya que el campo eléctrico $\vec{E}$ fuera de las armaduras del condensador es prácticamente nulo. Y al contrario, si tomamos la superficie S_2, el único efecto en este caso será el de la corriente de desplazamiento de Maxwell, porque la corriente I no atravesar la superficie S_2 no influye en la ley de Ampere.

Aproximación histórica a las ecuaciones de Maxwell.

La generalización llevada a cabo por el físico escocés **James Clerk Maxwell** de la ley de Ampère por medio de la corriente de desplazamiento, permitió unificar la descripción de todos los fenómenos eléctricos y magnéticos así como los de las ondas electromagnéticas (incluidos fenómenos ópticos). El conjunto de cuatro ecuaciones que describen todo el electromagnetismo clásico (sin efectos cuánticos) fue propuesto por primera vez por Maxwell y en forma integral son las siguientes :

- Ley de Gauss para el campo eléctrico

$$\Phi_E = \oint_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{Q_{interior}}{\varepsilon_0}$$

El flujo del campo eléctrico a través de una superficie cerrada *A* es igual a la carga interior dividida por ε_0.

- Ley de Gauss para el campo magnético

$$\Phi_m = \oint_A \vec{B}\cdot d\vec{A} = 0$$

El flujo del campo magnético a través de una superficie cerrada es igual a cero, lo que significa que no existen polos magnéticos aislados.

- Ley de Faraday de la inducción electromagnética

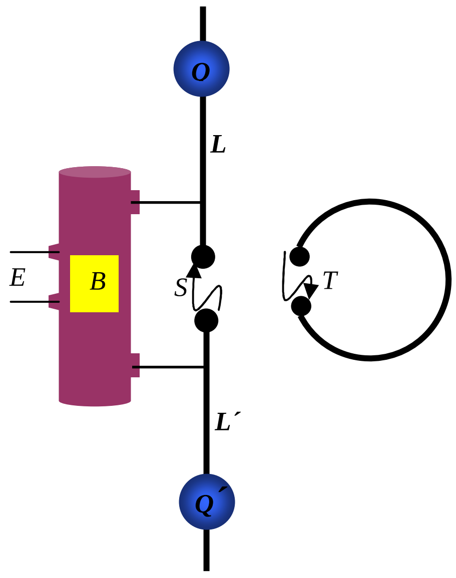
$$\oint_C \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_A \vec{B}\cdot d\vec{A}$$

La circulación del campo eléctrico inducido $\vec{E}_i$, a lo largo de una curva cerrada *C*, es igual a menos la variación con respecto del tiempo del flujo de $\vec{B}$ a través de una superficie que se apoye en *C*.

- Ley de Ampere-Maxwell

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0\left(I + I_d\right)$$

La circulación del campo magnético $\vec{B}$ sobre una curva cerrada, es igual a μ_0 veces la suma de las intensidades de corriente de conducción y la de desplazamiento de Maxwell.



Esquema del experimento de Hertz para la producción y detección de ondas electromagnéticas. *B* es una bobina de inducción alimentada por *E* con corriente continua de bajo potencial, de la que sale una tensión de alto voltaje al trasmisor, compuesto de dos esferas con cargas *Q* y *Q´* que hacen de condensador y dos varillas rectas *L* y *L´* conectadas a la bobina de inducción *B*, que hacen el papel de una autoinducción, estando separadas por un intervalo de chispa *S*. La chispa salta en el espacio entre las dos bolas produciendo corrientes oscilantes en las varillas.
El detector consiste en una espira única con un pequeño intervalo de chispa *T*, en el que la única espira hace de autoinducción y las esferitas de condensador. Al sintonizar la frecuencia del trasmisor con la del receptor por deslizamiento de las esferas con cargas *Q* y *Q´* se observa la resonancia y al saltar una chispa en *S*, también salta en *T*. La onda electromagnética producida en el transmisor ha llegado por el espacio al receptor. De este modo Hertz mostró la emisión y detección de ondas electromagnéticas.

La ley de Ampère-Maxwell establece una cierta simetría entre el campo eléctrico y el campo magnético: un **campo magnético variable** con el tiempo genera un campo eléctrico (ley de Faraday), y viceversa, **un campo eléctrico variable** con el tiempo genera también un campo magnético (ley de Ampère-Maxwell). Los campos eléctrico y magnético se apoyan el uno en el otro y las ecuaciones de Maxwell permiten de este modo la existencia de ondas electromagnéticas propagándose en el vacío. Además, se demuestra que las ecuaciones de Maxwell, al contrario que las de Newton, son compatibles con la teoría de la relatividad de Einstein.

Las ecuaciones de Maxwell en el electromagnetismo juegan el mismo papel que las leyes de Newton en la mecánica. Todos los problemas de electricidad y magnetismo pueden resolverse usando las ecuaciones de Maxwell. Estas son considerablemente más complicadas que las leyes de Newton. Las ecuaciones de Maxwell pueden combinarse para describir las ondas electromagnéticas. Dichas ondas son producidas cuando las cargas eléctricas son aceleradas; por ejemplo los electrones de conducción de una corriente alterna en una antena.

Las ondas electromagnéticas fueron producidas por primera vez en el laboratorio por el científico Heinrich Hertz en 1887. Maxwel mostró que la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el espacio libre (velocidad de la luz en el vacío) debería ser

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

en donde ε_0, permitividad eléctrica del vacío, es la constante que aparece en la ley de Gauss del campo eléctrico; μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío y es la constante que aparece en la ley de Ampere-Maxwell. La determinación experimental de la velocidad de la luz, $c \approx 3\times10^8\ m/s$, junto con la definición de μ_0 (recuerda la definición del Amperio) nos permite deducir el valor de la permitividad dieléctrica del vacío ε_0. Maxwell, sin embargo, fue el primero en notar que a partir del valor de μ_0 y la determinación experimental de ε_0, el valor que se obtenía, en aquellos tiempos, para la cantidad $1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, coincidía con las medida de la velocidad de la luz, y correctamente supuso que la luz misma, debía ser una onda electromagnética.

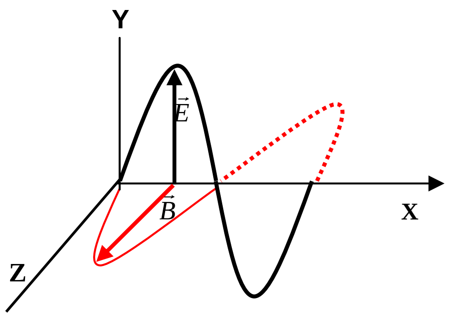


Fig.8.25 . Una onda electromagnética está formada por un campo eléctrico $\vec{E}$ y otro magnético $\vec{B}$, perpendiculares entre sí y a la dirección de propagación. Las ondas electromagnéticas son ondas transversales que se propagan incluso en el vacío. Pertenecen a esta categoría: las ondas de televisión y de radio, las microondas, la radiación infrarroja, la luz visible, la luz ultravioleta, los rayos X y la radiación γ. Como verás en la Óptica Física, las ondas electromagnéticas como la luz, por ser transversales pueden ser polarizadas.

Las ecuaciones de la onda representada en la Fig.8.25, obedecen a la de propagación de un fenómeno periódico y armónico, así para cada uno de los campos si sus amplitudes son respectivamente E_o y B_o, la frecuencia ν y la longitud de onda λ, resulta:

$$E_y = E_o \, sen \, 2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad\qquad B_z = B_o \, sen \, 2\pi\left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Siendo además: $E_y = c \cdot B_z$

En general para representar a la onda electromagnética basta con el campo eléctrico, ya que ambos campos están íntimamente relacionados entre sí por las ecuaciones de Maxwell.